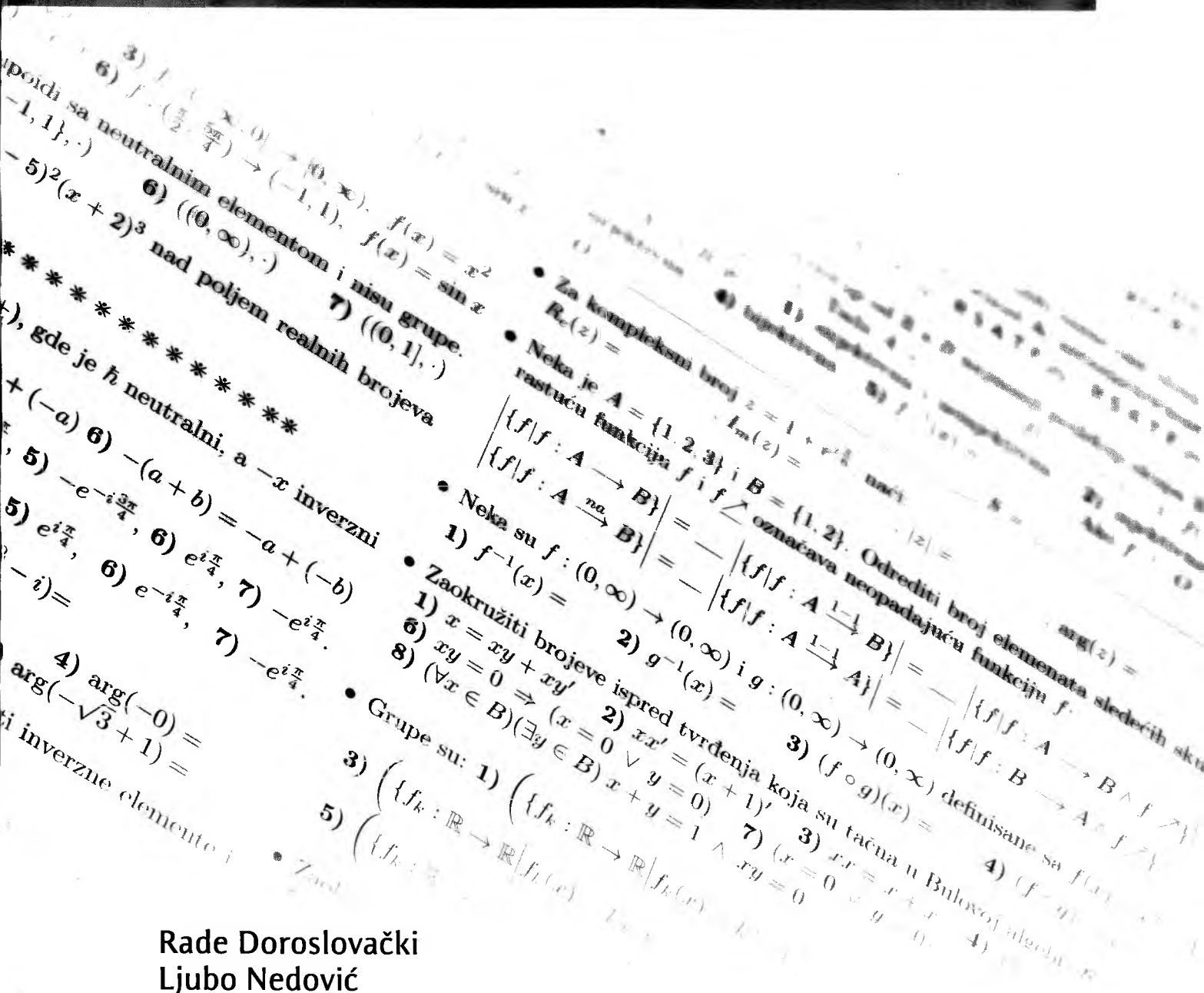




Rade Doroslovački
Ljubo Nedović

TESTOVI IZ ALGEBRE

Edicija: „TEHNIČKE NAUKE - UDŽBENICI”

Naziv udžbenika: „Testovi iz algebre”

Autori: Rade Doroslovački
Ljubo Nedović

Recenzenti: prof. dr Zoran Stojaković, Prirodno - matematički fakultet u Novom Sadu
prof. dr Ilija Kovačević, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu

Izdavač: Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Glavni i odgovorni urednik:
Prof. dr Rade Doroslovački, dekan Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Priprema i štampa: FTN - Grafički centar GRID, Trg Dositeja Obradovića 6, Novi Sad

Štampanje odobrio:
Savet za bibliotečku i izdavačku delatnost Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Predsednik Saveta za bibliotečku i izdavačku delatnost:
Dr Radoš Radivojević, redovni profesor Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Ауторска права припадају издавачу

CIP-Katalogizacija u publikaciji
Библиотека Матице српске, Нови Сад

512(075.8)(079.1)

DOROSLOVAČKI, Rade

Testovi iz algebre / Doroslovački Rade, Nedović Ljubo. - 1. izd. - Novi Sad : Fakultet tehničkih nauka, 2016 (Novi Sad : Grid). - 88 str. ; 24 cm. - (Edicija “Tehničke nauke - udžbenici” ; 599)

Тираж 600. - Библиографија.

ISBN 978-86-7892-862-8

1. Nedović, Ljubo [autor]

a) Algebra - Testovi
COBISS.SR-ID 309162503

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 1

- Za relaciju poretka $\subseteq$ skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C, D\}$, gde je $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, $C = \{a, b, c\}$, $D = \{b\}$ i navesti: najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:
- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:
 - 1) $f: (0, \frac{\pi}{4}) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \operatorname{tg} x$
 - 2) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$
 - 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$
 - 4) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$
 - 5) $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$
 - 6) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 - 1) $(a')' = a$
 - 2) $a + a' = 0$
 - 3) $a \cdot 0 = 0$
 - 4) $1 + a = a$
 - 5) $(a + b)' = a' + b'$
- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su:
 - 1) $e^{i\frac{\pi}{4}}$,
 - 2) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$,
 - 3) $-e^{i\frac{\pi}{4}}$,
 - 4) $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \sqrt{3} - i$:
 $\operatorname{Re}(z) =$, $\operatorname{Im}(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
 $e^{i\pi} =$, $2e^{i\frac{\pi}{2}} =$, $2e^{0 \cdot i} =$, $e^{-i\pi} =$, $e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su komutativni, asocijativni, grupoidi sa neutralnim elementom.
 - 1) $(\mathbb{N}, +)$
 - 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$
 - 3) $(\mathbb{R}, +)$
 - 4) $(\mathbb{R}, \cdot)$
 - 5) $(\{-1, 1\}, \cdot)$
 - 6) $((0, \infty), \cdot)$
- Pri deljenju polinoma $x^8 - 2x^4 + 1$ sa $x^2 + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, \cdot)$ u kojoj je $\hbar$ neutralni element, a sa x^{-1} je označen inverzni element od elementa x :
 - 1) $a \cdot \hbar = \hbar$
 - 2) $a^{-1} \cdot a = \hbar$
 - 3) $\hbar \cdot \hbar = \hbar$
 - 4) $\hbar^{-1} = \hbar$
 - 5) $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$
 - 6) $a \cdot a = a$
- Koreni (nule) polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su:
 - 1) $e^{i\frac{\pi}{4}}$,
 - 2) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$,
 - 3) $-e^{i\frac{\pi}{4}}$,
 - 4) $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,
- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$
 - 1) Ne postoji
 - 2) je linearni polinom
 - 3) je konstantni polinom
- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
 - a) $z\bar{z} = |z|^2$
 - b) $\frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+) \vec{Oz_1} = k\vec{Oz_2}$
 - c) $\bar{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \bar{z}$
 - d) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$
 - e) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
 - f) $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
 - g) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
 - h) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
 - i) $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\bar{z}$
 - j) $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
- Izračunati:
 - a) $\arg(-13i) =$
 - b) $\arg(6) =$
 - c) $\arg(-9) =$
 - d) $\arg(2i) =$
 - e) $\arg(-1 + i) =$
 - f) $\arg(-1 + i\sqrt{3}) =$
 - g) $\arg(0) =$
 - h) $\arg(2 + i)(3 + i) =$
- Napisati Kejljeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_4, +)$ i $(\mathbb{Z}_4, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

·	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

$-0 =$, $-1 =$, $-2 =$, $1^{-1} =$, $2^{-1} =$,
 $(1 + 2^3)^{-1} =$, $((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$, $(2 + 2^3)^2 =$.
 Da li je $(\mathbb{Z}_4, +)$ Abelova grupa? DA NE.
 Zaokruži tačan odgovor.
- Da li je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (4, 1), (3, 1), (2, 1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Hasov dijagram. Odrediti minimalne: _____, maksimalne: _____, najveći element: _____ i najmanji element: _____.
- Neka je $z = 6$, $u = 4 + i$ i $w = 5 + 3i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka _____, a $\angle wuz =$ _____.

- Napisati primere konačnog prstena bez jedinice $(A, +, \cdot)$ i beskonačnog prstena bez jedinice $(B, +, \cdot)$.
 $A =$ $B =$

- Ako je p polinom stepena 2 nad nekim poljem $\mathbb{R}$ i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p :
1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog
5) uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{R}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, 1) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x^2 = y^2, x, y \in \mathbb{R}\}$,
 $\rho_3 = \{(x, 3x) | x \in \mathbb{R}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x \in \mathbb{R}, y \in [x, x+1]\}$, $\rho_5 = \{(2, 5)\}$, $\rho_6 = \{(x^2, x) | x \in \mathbb{R}\}$

Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R -refleksivnost S -simetričnost A -antisimetričnost T -tranzitivnost.

$\rho_1 : R S A T$ $\rho_2 : R S A T$ $\rho_3 : R S A T$ $\rho_4 : R S A T$ $\rho_5 : R S A T$ $\rho_6 : R S A T$

- Neka je A najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Tada je $A =$ _____, $f(\text{_____}) = 1$ i $B =$ _____. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je:

1) surjektivna ali ne injektivna **2)** injektivna ali ne surjektivna **3)** niti injektivna niti surjektivna
4) bijektivna **5)** $f^{-1} : O \rightarrow S$, $f^{-1}(x) =$ _____, $O =$ _____, $S =$ _____

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :

$$\begin{aligned} |\{f | f : A \rightarrow B\}| &= ______ |\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = ______ |\{f | f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = ______ |\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}| = ______ \\ |\{f | f : B \rightarrow A\}| &= ______ |\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}| = ______ |\{f | f : B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = ______ |\{f | f : A \setminus \{5\} \xrightarrow{na} B\}| = ______ \end{aligned}$$

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 - e)$. Tada je $A =$ _____, $f(\text{_____}) = -1$ i $B =$ _____.
Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: **1)** bijektivna

2) surjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne surjektivna **4)** niti injektivna niti surjektivna

- Funkcija $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \ln x$: **1)** je izomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) \cong (\mathbb{R}, +)$ **2)** je homomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) \cong (\mathbb{R}, +)$ **3)** ima inverznu f^{-1} **4)** f^{-1} je homomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) \cong (\mathbb{R}, +)$ **5)** f^{-1} je izomorfizam $(\mathbb{R}^+, \cdot) \cong (\mathbb{R}, +)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrdjenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.

1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1, 3, 5\}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1, 3, 5\}, +)$
3) $(\{f | f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **6)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\{e^{i\theta} | \theta \in \mathbb{R}\}, \cdot)$
5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, i, 1, -i\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su domeni integriteta: **1)** $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q} \mathbb{R} \mathbb{C} \mathbb{Z}_2 \mathbb{Z}_3 \mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:

1) uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog.

- $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(a+ib) = 0$, $b \neq 0$. Zaokruži tačno: **a)** $x - a + ib \mid f(x)$ **b)** $x - a - ib \mid f(x)$ **c)** $x - e^{ia} \mid f(x)$
d) $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 \mid f(x)$; **e)** $x^2 + 2ax + a^2 + b^2 \mid f(x)$; **f)** $x^2 - ax + a^2 + b^2 \mid f(x)$; **g)** $x - e^{-ia} \mid f(x)$

- Ako je $A = \{e^{i\varphi} + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je **a)** $A \cap B \neq \emptyset$, **b)** $A \subset B$,
c) $A \subseteq B$, **d)** $A \not\subseteq B$, **e)** $A \supseteq B$, **f)** $A \not\supseteq B$, **g)** $A \supset B$, **h)** $A \cap B = \emptyset$, **i)** $A \cong B$.

- Neka je $\{i, -i\}$ skup nekih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih vrednosti za a, b i c je $a \in$ _____ $b \in$ _____ $c \in$ _____.

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 2

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{Z}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R - refleksivnost S - simetričnost A - antisimetričnost T - tranzitivnost.

$$\leq: R, S, A, T \quad <: R, S, A, T \quad \equiv_3 \text{ definisana sa } x \equiv_3 y \Leftrightarrow 3|(x-y): R, S, A, T$$

- Neka je funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 2^x$. Tada je: 1) $f^{-1}(x) = x^2$, 2) $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$, 3) $f^{-1}(x) = \log_2 x$, 4) $f^{-1}(x) = 2^{-x}$, 5) $f^{-1}(x) = \frac{2}{x}$, 6) $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x^{-1}$, 7) $f^{-1}(x) = \log_2 \frac{1}{x}$.

- Ako su P i Q polinomi i $dg(P) = 3$ i $dg(Q) = 4$, tada je $dg(PQ) = \underline{\hspace{2cm}}$ i $dg(P+Q) = \underline{\hspace{2cm}}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrdjenja koja su tačna u Bulovoj algebri.

$$\begin{array}{llll} 1) c + ab = (b + c)(a + c) & 2) (ab)' = a' + b' & 3) (aa)' = a' + a' & 4) (a + b)' = a' + b' \\ 5) (a + a)' = a' + a' & 6) 1 + 1 = 0 & 7) 1 + a = 0' & 8) 1 + a = 1 \cdot a \end{array}$$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom (tj. monoidi): 1) $(\mathbb{Z}, +)$ 2) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 3) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 4) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 5) $(\mathbb{C}, \cdot)$ 6) $(\{-1, 0, 1\}, +)$ 7) $(\{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 2 - 2i$ izračunati

$$z_1 + z_2 = \quad z_1 \cdot z_2 = \quad \frac{z_2}{z_1} = \quad \arg(z_2) = \quad |z_2| =$$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - i$ su: 1) $e^{i\frac{\pi}{4}}$, 2) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, 3) $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, 4) $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -1 - i\sqrt{3}$:

$$\operatorname{Re}(z) = \quad, \operatorname{Im}(z) = \quad, |z| = \quad, \arg(z) = \quad, \bar{z} = \quad.$$

- Sljedeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:

$$e^{i\pi} = \quad 2e^{i\frac{\pi}{2}} = \quad e^{i2k\pi} = \quad 2e^{0 \cdot i} = \quad e^{i(2k+1)\pi} = \quad e^{-i\pi} = \quad e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$$

- Pri deljenju polinoma $x^5 + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $\underline{\hspace{2cm}}$, a ostatak je $\underline{\hspace{2cm}}$.

- Ako su P i Q polinomi, $P+Q \neq 0$ i $dg(P) = 2$ i $dg(Q) = 2$, tada je $dg(PQ) \in \{ \quad \}$ i $dg(P+Q) \in \{ \quad \}$

- Ako je $z_1 \neq w$, $z_2 \neq w$, $z_1 \neq 0$ i $z_2 \neq 0$, tada važi:

$$\begin{array}{l} 1) \arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{Oz_1} = k \overrightarrow{Oz_2} \quad 2) \arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w) \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|} \\ 3) (\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{wz_1} = k \overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|} \quad 4) (\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{wz_1} = k \overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w) \end{array}$$

- 5) Množenjem kompleksnog broja realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.

- 6) Brojevi iz $\mathbb{C}$ koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.

- 7) Množenje broja $z \in \mathbb{C}$ realnim brojem k je homotetija sa centrom $O(0, 0)$ i koeficijentom k tj. $H_{O,k}(z)$.

- Zaokružiti tačne iskaze: 1) $\{z \mid \arg z > 0\} = \{z \mid \operatorname{Im}(z) > 0\} \cup \mathbb{R}^-$

$$2) \{z \mid \arg z \geq 0\} = \{z \mid \operatorname{Im}(z) \geq 0\} \setminus \{0\} \quad 3) \{z \mid -\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z \mid \operatorname{Re}(z) > 0\}$$

$$4) \{z \mid -\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z \mid \operatorname{Re}(z) \geq 0\} \setminus \{0\} \quad 5) \{z \mid -\frac{\pi}{2} < \arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z \mid \operatorname{Re}(z) > 0\} \cup \{xi \mid x > 0\}$$

$$6) \{z \mid -\frac{\pi}{2} \leq \arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z \mid \operatorname{Re}(z) > 0\} \cup \{xi \mid x < 0\}$$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrdjenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, \cdot)$ u kojoj je e neutralni element, a sa x^{-1} je označen inverzni element od elementa x :

$$1) a \cdot e = e \quad 2) a \cdot x = b \cdot x \Rightarrow a = b \quad 3) e \cdot e = e \quad 4) e^{-1} = e \quad 5) (a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1} \quad 6) a \cdot a = a$$

- Koreni (nule) polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su: 1) $e^{i\frac{\pi}{4}}$, 2) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, 3) $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, 4) $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$

- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$ 1) Ne postoji 2) je linearni polinom 3) je konstantni polinom

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:

$$1) \bar{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \bar{z} \quad 2) \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 \quad 3) |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2| \quad 4) \overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$$

$$5) |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \quad 6) z\bar{z} = |z|^2 \quad 7) z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\bar{z} \quad 8) |z^{-1}| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$$

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \arccos(x+1)$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = \frac{3\pi}{4}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = \frac{\pi}{4}$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$, a $f : A \rightarrow B$ je: 1) bijektivna 2) surjektivna ali ne injektivna 3) injektivna ali ne surjektivna 4) niti injektivna niti surjektivna

- $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x, y, z, u\}$, $f_1 = \{(1, x), (2, y)\}$, $f_2 = \{(1, x), (2, y), (3, x)\}$, $f_3 = \{(1, u), (2, y), (3, x)\}$.

Svako polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i : A \rightarrow B$	$f_i : \{1, 2\} \rightarrow B$	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{na} B$	$f_i : A \xrightarrow[na]{1-1} B$
f_1						
f_2						
f_3						

- Funkcija $f : (-\pi, -\frac{\pi}{4}) \rightarrow (-1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je:
1) surjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije surjektivna
3) nije injektivna i nije surjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \rightarrow (0, 1)$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je:
1) surjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije surjektivna
3) nije injektivna i nije surjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je:
1) surjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije surjektivna
3) nije injektivna i nije surjektivna 4) bijektivna
- Napisati primere konačnog prstena bez jedinice $(A, +, \cdot)$ i beskonačnog prstena bez jedinice $(B, +, \cdot)$.
 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ $B = \underline{\hspace{2cm}}$
- Ako je p polinom stepena 2 nad proizvoljnim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju F , tada je p nad tim poljem F : 1) svodljiv 2) nesvodljiv 3) nekada svodljiv a nekada nesvodljiv 4) ništa od prethodnog
- Neka je A najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: 1) surjektivna ali ne injektivna 2) injektivna ali ne surjektivna 3) niti injektivna niti surjektivna 4) bijektivna 5) $f^{-1} : O \rightarrow S$,
 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $O = \underline{\hspace{2cm}}$, $S = \underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je $A = \{1, 2\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \nearrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f|f : A \rightarrow B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f|f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f|f : B \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $|\{f|f : B \rightarrow A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f|f : B \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f|f : B \xrightarrow{na} A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + 2)$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = 1$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je:
1) bijektivna 2) injektivna ali ne surjektivna 3) surjektivna ali ne injektivna 4) niti injektivna niti surjektivna
- Neka je $\{-2, 1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$.
- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: 1) $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1, 3, 5\}, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{1, 3, 5\}, +)$
3) $(\{f|f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$ 4) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 5) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ 6) $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[x], \cdot)$
- Da li postoji polje nad kojim je polinom $t^4 + t^2 + 1$ nesvodljiv? DA NE
- Ako je p polinom stepena 3 nad poljem $\mathbb{Q}$, tada je p nad poljem $\mathbb{Q}$:
1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) ništa od prethodnog.
- $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(a+i) = 0$, $a \in \mathbb{R}$. Zaokruži tačno: 1) $x - a + i \mid f(x)$ 2) $x - a - i \mid f(x)$ 3) $x - e^{ia} \mid f(x)$
4) $x^2 - 2ax + a^2 + 1 \mid f(x)$; 5) $x^2 + 2ax + a^2 + 1 \mid f(x)$; f) $x^2 - ax + a^2 + 1 \mid f(x)$; 6) $x - e^{-ia} \mid f(x)$

- Ako je $A = \{e^{i\varphi} + e^{i\psi} \mid \psi, \varphi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ tada je 1) $A \cap B \neq \emptyset$, 2) $A \subset B$,
3) $A \subseteq B$, 4) $A \not\subseteq B$, 5) $A \supseteq B$, 6) $A \not\supseteq B$, 7) $A \supset B$, 8) $A \cap B = \emptyset$, 9) $A = B$.
- Neka je $\{i, -i, 1\}$ skup korena polinoma $x^3 + ax^2 + bx + c$. Tada je $a =$ $b =$ $c =$.

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 3

- U skupu $A = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2, 3\}\}$ je data relacija $\subseteq$. Navesti ako postoje (napisati / ako ne postoji):
najmanji element: , minimalne elemente: ,
najveći element: , maksimalne elemente: .
 - Neka su $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ i $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) = \ln x$. Izračunati (napisati / ako ne postoji): 1) $f^{-1}(x) =$, $x \in$ 2) $g^{-1}(x) =$, $x \in$ 3) $(f \circ g)(x) =$, $x \in$ 4) $(g \circ f)(x) =$, $x \in$
 - Napisati SDNF Bulovog izraza $(x'y + xy + xy)'$:
 - Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupoidi:
1) $(\mathbb{Z}, +)$ 2) $(\{-1, 0, 1\}, +)$ 3) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 4) $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +)$ 5) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 6) $(\{1\}, \cdot)$
 - Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = -2i$ izračunati
 $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$
 - Koreni (nule) polinoma $x^2 + i$ su: 1) $e^{i\frac{\pi}{4}}$, 2) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, 3) $-e^{i\frac{\pi}{4}}$, 4) $-e^{-i\frac{\pi}{4}}$,
 - Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -i\sqrt{3}$:
 $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$.
 - Pri deljenju polinoma $x^4 - 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.
 - Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su grupe:
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}, +)$ 3) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_4, +)$ 5) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 6) $((0, \infty), \cdot)$
 - Koje od navedenih struktura su polja:
1) $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
- *****
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: 1) $z\bar{z} = |z|^2$
2) $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ 3) $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ 4) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ 5) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
6) $\bar{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \bar{z}$ 7) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ 8) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ 9) $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\bar{z}$
10) $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
 - Izračunati: 1) $\arg(-13i) =$ 2) $\arg(6) =$ 3) $\arg(-9) =$ 4) $\arg(2i) =$
5) $\arg(-1 + i) =$ 6) $\arg(-1 + i\sqrt{3}) =$ 7) $\arg(0) =$
 - Napisati Kejljeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_3, +)$ i $(\mathbb{Z}_3, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

+	0	1	2
0			
1			
2			

·	0	1	2
0			
1			
2			

 $-0 =$, $-1 =$, $-2 =$ $1^{-1} =$, $2^{-1} =$,
 $(2 + 2^3)^{-1} =$ $((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$, $(2 + 2^3)^2 =$.
 - Da li je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (4, 1), (3, 1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti
minimalne: , maksimalne: ,
najveći: i najmanji: element.
 - Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka _____, a $\angle wuz =$ _____

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ $2^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ $3^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ $-2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $-3 = \underline{\hspace{2cm}}$
- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, 3x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 0, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, xy < 4\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
 $\rho_1 : \text{RSAT}$ $\rho_2 : \text{RSAT}$ $\rho_3 : \text{RSAT}$ $\rho_4 : \text{RSAT}$ $\rho_5 : \text{RSAT}$ $\rho_6 : \text{RSAT}$
- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f | f : A \rightarrow B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f | f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $|\{f | f : B \rightarrow A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f | f : B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e^{-1})$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = -1$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$.
Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: 1) bijektivna 2) surjektivna ali ne injektivna
3) injektivna ali ne surjektivna 4) niti injektivna niti surjektivna
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x+x$ 2) $xy = x+y$ 3) $xx' = (x+1)'$ 4) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ 5) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ 7) $x = xy + xy'$ 8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoidne sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: 1) $(\mathbb{R}[x], \cdot)$ 2) $(\{z \in \mathbb{C} | \operatorname{Im}(z) = \operatorname{Re}(z)\}, +)$ 3) $(\{f | f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$ 4) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 5) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ 6) $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$
- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: 1) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ 2) $((0, \infty), \cdot)$ 3) $((-\infty, 0), \cdot)$ 4) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 6) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ 7) $((0, 1), \cdot)$ 8) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 9) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 10) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ 4) $((0, \infty), +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 8) $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ 9) $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) ništa od prethodnog.
- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$.
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f, g, h i t .
 $f(z) = \bar{z}e^{i2\arg(z)}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $g(z) = -zi$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $h(z) = z + i$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $t(z) = -\bar{z}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $A = \{z | (z - i)^3 = i\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $B = \{z | |z|^{2010} = 1\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $C = \{z | |z - i|^3 = i\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $D = \{z | z = -\bar{z}\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

- Za koje vrednosti realnih parametara a, b i c formula $f(x) = a^2 e^{bx} + c^2$
 - 1) definiše funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ _____
 - 2) definiše injektivnu funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ _____
 - 3) definiše surjektivnu funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ _____
 - 4) definiše bijektivnu funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ _____
 - 5) definiše rastuću funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ _____
 - 6) definiše neopadajuću funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ _____
- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi:
 - 1) $x + y = (x'y')'$
 - 2) $xy = (x' + y')'$
 - 3) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
 - 4) $x = y \Rightarrow x' = y'$
 - 5) $x' = y' \Rightarrow x = y$
 - 6) $f(x) = x' \Rightarrow f: B \xrightarrow{1-1} B$ na

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 4

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu prirodnih brojeva $\mathbb{N}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
(relacija „deli“) : RSATF $\rho = \{(1, 1), (3, 2), (2, 1)\} : RSATF$ $\rho = \{(1, 3), (1, 2), (2, 1)\} : RSATF$
- Neka su $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = e^x - 1$. Izračunati:
 - 1) $f^{-1}(x) =$
 - 2) $g^{-1}(x) =$
 - 3) $(f \circ g)(x) =$
 - 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$
 - 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
 - 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^3$
 - 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), f(x) = \arctg x$
 - 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^2$
 - 4) $f: [-3, -1] \rightarrow [9, 1), f(x) = x^2$
 - 5) $f: (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow (0, \infty), f(x) = \tg x$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 - 1) $(a')' = a + 1'$
 - 2) $aa' = 1$
 - 3) $a \cdot 0 = 1'$
 - 4) $1 + a = a$
 - 5) $(ab)' = a'b'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -9$ je $S = \{ \quad \quad \quad \}$.
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \pi e^{i\frac{7\pi}{3}}$:
 $Re(z) = \quad, Im(z) = \quad, |z| = \quad, \arg(z) = \quad, \bar{z} = \quad, z^3 = \quad$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
 $e^{i\pi} = \quad, 2e^{i\frac{\pi}{2}} = \quad, \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} = \quad, 2e^{0 \cdot i} = \quad, 2e^{i2k\pi} = \quad$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupoidi a nisu grupe.
 - 1) $(\mathbb{N}, +)$
 - 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$
 - 3) $(-1, 0, 1, \cdot)$
 - 4) $(\mathbb{R}, +)$
 - 5) $(\mathbb{R}, \cdot)$
 - 6) $((0, \infty), +)$
 - 7) $((0, \infty), \cdot)$
- Neka su $P = (a_0, a_1, \dots, a_4)$ i $Q = (b_0, b_1, \dots, b_3)$ polinomi. Tada je $dg(P+Q) = \underline{\hspace{2cm}}$ i $dg(PQ) = \underline{\hspace{2cm}}$
- Pri deljenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 - x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $\underline{\hspace{2cm}}$, a ostatak je $\underline{\hspace{2cm}}$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri:
 - 1) $a \cdot ab = a \cdot 0'$
 - 2) $a + 1 = 0'$
 - 3) $a \cdot b = (ab)'$
 - 4) $a \cdot b = (a' + b')'$
 - 5) $a \cdot 0 = 1'$
 - 6) $(a + ab)' = a'$
 - 7) $a + ab = a$
 - 8) $1 + 0 = 0'$
- Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ je: prebroj prvo one koje nisu!
- U skupu $\mathbb{C}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid |z| = |w|\}$, $\rho_2 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 0\}$,
 $\rho_3 = \{(0, 0)\} \cup \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid \arg(z) = \arg(w)\}$, $\rho_4 = \{(0, 0)\} \cup \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 1\}$,
 $\rho_5 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid Re(z) = Im(w)\}$, $\rho_6 = \mathbb{C}^2$
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
 $\rho_1: RSATF$ $\rho_2: RSATF$ $\rho_3: RSATF$ $\rho_4: RSATF$
 $\rho_5: RSATF$ $\rho_6: RSATF$

- Ako je $f : A \rightarrow B$ surjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Ako je $f : A \rightarrow B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i zatim najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \arccos x$ dobro definisana funkcija $f : A \rightarrow B$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: 1) surjektivna i injektivna 2) ni surjektivna ni injektivna 3) surjektivna ali nije injektivna 4) nije surjektivna a jeste injektivna
- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{6, 7\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija:
 $|\{f|f : A \rightarrow B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\{f|f : A \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\{f|f : A \xrightarrow[na]{1-1} B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$
 $|\{f|f : B \rightarrow A\}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\{f|f : B \xrightarrow{1-1} A\}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\{f|f : B \xrightarrow{na} A\}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\{f|f : B \xrightarrow[na]{1-1} A\}| = \underline{\hspace{1cm}}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ 2) $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ 3) $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\}, +)$ 4) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ 5) $(\{f|f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}\}, \circ)$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni a nisu polja: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Skup svih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ je $\{\hspace{2cm}\}$, a nad poljem $\mathbb{C}$ je $\{\hspace{2cm}\}$.
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f i g .
 $f(z) = z \cdot (-i)$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $f(z) = \bar{z}e^{i2\arg(z)}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $g(z) = -\bar{z}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $A = \{z|z^2 = \bar{z}\} = \{0, 1, \hspace{1cm}, \hspace{1cm}\}$ $\underline{\hspace{4cm}}$
 $B = \{z| |z| = |\bar{z}|\}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $C = \{z| \frac{z+\bar{z}}{2} = \frac{z-\bar{z}}{2i}\}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $D = \{z| |z| \leq 2 \wedge 0 \leq \arg z \leq \pi\}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $E = \{z|(z-i)^3 = i\}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $F = \{z||z|^{2010} = 1\}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $G = \{z||z-i|^3 = i\}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
 $H = \{z|z = -\bar{z}\}$ je $\underline{\hspace{4cm}}$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: 1) $z\bar{z} = |z|^2$
2) $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ 3) $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ 4) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ 5) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
6) $\bar{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \bar{z}$ 7) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ 8) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ 9) $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\bar{z}$
10) $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
- 1) $\arg(-13i) = \hspace{2cm}$ 2) $\arg(6) = \hspace{2cm}$ 3) $\arg(-9) = \hspace{2cm}$
4) $\arg(2i) = \hspace{2cm}$ 5) $\arg(-1+i) = \hspace{2cm}$ 6) $\arg(-1+i\sqrt{3}) = \hspace{2cm}$
- Da li je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (4, 1), (3, 1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Hasov dijagram. Odrediti minimalne: $\hspace{2cm}$, maksimalne: $\hspace{2cm}$, najveći: $\hspace{2cm}$ i najmanji: $\hspace{2cm}$ element.
- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, a $\angle wuz = \underline{\hspace{2cm}}$
- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima koren u tom polju, tada je p : 1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) nekada svodljiv a nekada nesvodljiv 4) ništa od prethodnog 5) uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ 4) $((0, \infty), +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 8) $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$ 9) $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + t + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q} \mathbb{R} \mathbb{C} \mathbb{Z}_2 \mathbb{Z}_3 \mathbb{Z}_5$
- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) ništa od prethodnog.
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{6}}) = 0$. Zaokruži tačno: a) $x - e^{-i\frac{\pi}{6}} \mid f(x)$ b) $x + e^{i\frac{\pi}{6}} \mid f(x)$ c) $x - e^{i\frac{\pi}{6}} \mid f(x)$ d) $x^2 - x\sqrt{3} + 1 \mid f(x)$; e) $x^2 - 2x\sqrt{3} + 1 \mid f(x)$; f) $x^2 + x\sqrt{3} + 1 \mid f(x)$; g) $x^2 - x + 1 \mid f(x)$
- Zaokruži tačno: 1) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \geq 0$ 2) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow (R_e(z) \geq 0 \wedge z \neq 0)$ 3) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ 4) $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$ 5) $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$
- Neka je $\{2, 3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \}$.

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 5

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\{1, 2, 3\}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
(relacija „deli“) : R S A T F $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 1)\} : R S A T F$
 $\rho = \{(1, 3), (1, 2), (2, 1)\} : R S A T F$
 - Neka su $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ i $g(x) = 2^x - 1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
 - Zaokružiti brojeve ispred **sirjektivnih** funkcija: 1) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^3$ 2) $f : \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), f(x) = \arctg x$ 3) $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^2$ 4) $f : [-3, 3] \rightarrow [0, 9], f(x) = x^2$ 5) $f : (0, \frac{\pi}{3}) \rightarrow (0, \sqrt{3}], f(x) = \tg x$
 - Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a + 0'$ 2) $a + a' = 1$ 3) $a \cdot 0 = 1'$ 4) $1 + a = 0'$ 5) $a + b = (a'b')'$
 - Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^3 = -1$ je $S = \{ \}$.
 - Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \frac{\pi}{6} e^{i\frac{13\pi}{6}}$:
 $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$, $z^3 =$.
 - Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}, \rho \in [0, \infty), \varphi \in (-\pi, \pi]$:
 $-1 =$, $2i =$, $1 + i =$, $2 =$, $-\pi i =$
 - Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupe.
1) $(\mathbb{N}, +)$ 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 3) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 4) $(\mathbb{R}, +)$ 5) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 6) $((0, \infty), +)$ 7) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 8) $((0, \infty), \cdot)$
 - Neka su P i Q proizvoljni nenula polinomi trećeg stepena. Tada je $dg(P+Q) \in \{ \}$ i $dg(PQ) \in \{ \}$.
 - Pri deljenju polinoma $x^3 + x^2 + x + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.
 - Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & d & c & a \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$, $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$.
- *****
- Zajednički koren polinoma $P(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 1$ i $Q(x) = x^2 - i$ je _____, a $NZD(P, Q) =$ _____.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrdjenja koja su tačna u svakom prstenu $(F, +, \cdot)$:
 - 1) $a + bc = (a + b)(a + c)$
 - 2) $(F, +)$ je grupa
 - 3) $(F, \cdot)$ je grupa
 - 4) operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$
 - 5) $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$
 - 6) $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$
 - 7) $a \cdot 0 = 0$
 - 8) $a \cdot (-a) = -a^2$
 - 9) $a + (-a) = 0$
- Neka je $g : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1 - x^2}$, inverzna funkcija je
 $g^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $g^{-1} : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A = \underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{x}{x-2}$. Tada je $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza.
 - 1) $\arg z > 0 \Leftrightarrow I_m(z) > 0$
 - 2) $\arg z < 0 \Leftrightarrow I_m(z) < 0$
 - 3) $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$
 - 4) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Rightarrow R_e(z) > 0$
 - 5) $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e)$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = 1$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$, a $f : A \rightarrow B$ je:
 - a) bijektivna
 - b) surjektivna ali ne injektivna
 - c) injektivna ali ne surjektivna
 - d) niti injektivna niti surjektivna
- Koje od navedenih struktura su polja:
 - 1) $(\mathbb{R}, \cdot, +)$
 - 2) $\left(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\right)$
 - 3) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$
 - 4) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
 - 5) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
 - 6) $(\mathbb{C}, \cdot, +)$
 - 7) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, a $\angle wuz = \underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \arccos(x + 1)$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = \frac{3\pi}{4}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = \frac{\pi}{4}$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$, a $f : A \rightarrow B$ je:
 - 1) bijektivna
 - 2) surjektivna ali ne injektivna
 - 3) injektivna ali ne surjektivna
 - 4) niti injektivna niti surjektivna
- Funkcija $f : (-\pi, -\frac{\pi}{4}) \rightarrow (-1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je:
 - 1) surjektivna i nije injektivna
 - 2) injektivna i nije surjektivna
 - 3) nije injektivna i nije surjektivna
 - 4) bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \rightarrow (0, 1]$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je:
 - 1) surjektivna i nije injektivna
 - 2) injektivna i nije surjektivna
 - 3) nije injektivna i nije surjektivna
 - 4) bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \tan x$ je:
 - 1) surjektivna i nije injektivna
 - 2) injektivna i nije surjektivna
 - 3) nije injektivna i nije surjektivna
 - 4) bijektivna
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f i g .

$f(z) = \bar{z}e^{i\pi}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$g(z) = -z$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$h(z) = R_e(z)$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$s(z) = z \cdot \frac{i-1}{\sqrt{2}}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$A = \{z \mid z^{11} = i\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$B = \{z \mid |z^{11}| = |i|\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$C = \{z \mid z = -\bar{z}\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$D = \{z \mid \arg z = \arg(-z)\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

$E = \{z \mid I_m(z) = -R_e(z)\}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: a) $A \subset B$ b) $C \subseteq D$ c) $D \subseteq C$ d) $B \subseteq D$ e) $D \subseteq E$
- Neka je $\{1, 0\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :

$$\begin{aligned} |\{f|f : A \rightarrow B\}| &= _, |\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = _, |\{f|f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = _, |\{f|f : B \xrightarrow{na} B\}| = _, \\ |\{f|f : B \rightarrow A\}| &= _, |\{f|f : A \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = _, |\{f|f : B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = _, |\{f|f : A \xrightarrow{na} B\}| = _ \end{aligned}$$

- Zaokružiti brojeve ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva: **1)** $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
- 2)** $\sqrt{z\bar{z}} = |z|$ **3)** $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ **4)** $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **5)** $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ **6)** $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$
- 7)** $\bar{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \bar{z}$ **8)** $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ **9)** $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ **j)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 2$, **2)** $dg(P) \in \{1, 2\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 2\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 2\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k|k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p : **1)** uvek svodljiv **2)** uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$. **1)** $xx = x + x$ **2)** $xy = x + y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ **6)** $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ **2)** $(\{f|f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$ **3)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{7k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$
- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q} \quad \mathbb{R} \quad \mathbb{C} \quad \mathbb{Z}_2 \quad \mathbb{Z}_3 \quad \mathbb{Z}_5$
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}) = 0$. Zaokruži tačno: **1)** $x^2 + x + 1 \mid f(x)$; **2)** $x^2 + x\sqrt{3} + 1 \mid f(x)$; **3)** $x - e^{-i\frac{\pi}{3}} \mid f(x)$ **4)** $x - e^{i\frac{\pi}{3}} \mid f(x)$ **5)** $x - e^{i\frac{\pi}{3}} \mid f(x)$ **6)** $x^2 - x + 1 \mid f(x)$; **7)** $x^2 - x\sqrt{3} + 1 \mid f(x)$
- Ako je $z \in \mathbb{C}$ tada: **1)** $\arg z + \arg(-\bar{z}) \in \{-\pi, \pi\}$ **2)** $\arg z = -\arg \bar{z}$ **3)** $|z| = |\bar{z}|$ **4)** $z^{-1} = \bar{z}$ **5)** $|\arg z| = |\arg \bar{z}|$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 6

- Neka su $f : (0, 1) \rightarrow (0, 1)$ i $g : (0, 1) \rightarrow (0, 1)$ definisane sa $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ i $g(x) = -x + 1$. Izračunati: **1)** $f^{-1}(x) =$ **2)** $g^{-1}(x) =$ **3)** $(f \circ g)(x) =$ **4)** $(f \circ g)^{-1}(x) =$ **5)** $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Bijektivne funkcije su:** **1)** $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = x^2$ **2)** $f : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi], f(x) = \arccos x$ **3)** $f : [\pi, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow [-1, 0], f(x) = \cos x$ **4)** $f : [-3, 0] \rightarrow [0, 9], f(x) = x^2$ **5)** $f : (1, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = \ln x$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$: **1)** $(a')' = a + 1'$ **2)** $a + a' = 0'$ **3)** $a \cdot 0 = (1')'$ **4)** $1 + a = 1'$ **5)** $a + b = (a' + b')'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^4 = 1$ je $S = \{ \quad \}$.
- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{2}} + 1$, naći: $Re(z^2) =$, $Im(z^2) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$, $z^3 =$

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, tj. u obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$:
 $-2^2 =$, $(\sqrt{2}i)^2 =$, $\sqrt{(2i)^2} =$, $-1 + i =$, $3\pi =$, $-2\pi i =$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su asocijativno komutativni grupoidi ali nisu grupe.
1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{R}, +)$ **5)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **6)** $((0, \infty), +)$ **7)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **8)** $((0, \infty), \cdot)$
- Neka su P i Q proizvoljni nenula polinomi nultog stepena. Tada je $dg(P+Q) \in \{ \quad \}$ i $dg(PQ) \in \{ \quad \}$.
- Pri deljenju polinoma x sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.
- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & d & c & b \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$,
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$.

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
 $\rho = \{(x, \sqrt{1-x^2}) | x \in (0, 1)\} : \text{R S A T F}$ $\rho = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\} : \text{R S A T F}$ $\rho = \{(x, y) | x + y = 1\} : \text{R S A T F}$
 $\rho = \{(-x, -\frac{1}{x}) | x > 0\} : \text{R S A T F}$ $\rho = \{(x, -\sqrt{1-x^2}) | x \in (0, 1)\} : \text{R S A T F}$
- Zajednički koren polinoma $P(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 1$ i $Q(x) = x^2 + i$ je _____, a $NZD(P, Q) =$ _____
- Zajednički koren polinoma $P(x) = x^2 + \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ i $Q(x) = x^3 + 1$ je _____, a $NZD(P, Q) =$ _____
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrdjenja koja su tačna u svakom domenu integriteta $(F, +, \cdot)$:
1) $a + bc = (a + b)(a + c)$ **2)** $(F, +)$ je grupa **3)** $(F, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$
9) $a + (-a) = 0$
- Neka je $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je _____
 $g^{-1}(x) =$ _____, $g^{-1} : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A =$ _____
- Neka je funkcija $f : (-\infty, 0] \rightarrow [0, \infty)$ definisana sa $f(x) = x^2$. Tada je $f^{-1}(x) =$ _____.
- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. **1)** $\arg z \in (0, \pi) \Leftrightarrow I_m(z) > 0$ **2)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$
3) $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$ **4)** $0 < \arg z < \frac{\pi}{2} \Rightarrow R_e(z) > 0$ **5)** $0 < \arg z < \frac{\pi}{2} \Rightarrow I_m(z) > 0$
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{x+1}$. Tada je $A =$ _____, $f(\text{_____}) = -1$, $f(\text{_____}) = 0$ i $B =$ _____, a $f : A \rightarrow B$ je:
1) bijektivna **2)** surjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne surjektivna **4)** ni injektivna ni surjektivna
- Koje od navedenih struktura su asocijativni grupoidi koji nisu grupe:
1) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R}\}, +)$ **2)** $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +)$
3) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, \circ)$ **4)** $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R}\}, \circ)$
5) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}^+\}, \circ)$
- Neka su z, u, w kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka _____, a $\angle uzv =$ _____
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \arctg(x-2)$. Tada je $A =$ _____, $f(\text{_____}) = -\frac{\pi}{4}$, $f(\text{_____}) = 0$ i $B =$ _____, a $f : A \rightarrow B$ je: **1)** bijektivna **2)** surjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne surjektivna **4)** niti injektivna niti surjektivna
- Funkcija $f : (0, \frac{5\pi}{6}) \rightarrow (-\frac{9}{10}, 1)$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je: **1)** surjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije surjektivna **3)** nije injektivna i nije surjektivna **4)** bijektivna
- Funkcija $f : (-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}) \rightarrow [-1, -\frac{1}{3}]$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je: **1)** surjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije surjektivna **3)** nije injektivna i nije surjektivna **4)** bijektivna

- Funkcija $f : (-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}) \setminus \{-\frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je: **1)** surjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije surjektivna **3)** nije injektivna i nije surjektivna **4)** bijektivna
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f i g .
 $f(z) = \bar{z}e^{-i\pi}$ je _____
 $g(z) = \overline{-z}$ je _____
 $h(z) = I_m(z)$ je _____
 $s(z) = z \cdot \frac{i-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ je _____
 $A = \{z | z^3 = -1\}$ je _____
 $B = \{z | |z^3| = -1\}$ je _____
 $C = \{z | z = -\bar{z}\}$ je _____
 $D = \{z | \arg(-z) = \overline{\arg(-z)}\}$ je _____
 $E = \{z | I_m(z) = iR_e(z)\}$ je _____
 Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$
- Neka je $\{1, i\}$ skup nekih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je
 $a \in \{ \quad \quad \quad \}$, $b \in \{ \quad \quad \quad \}$ $c \in \{ \quad \quad \quad \}$
- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f | f : A \rightarrow B\}| = _$, $|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = _$, $|\{f | f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = _$, $|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}| = _$,
 $|\{f | f : B \rightarrow A\}| = _$, $|\{f | f : A \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = _$, $|\{f | f : B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = _$, $|\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}| = _$.
- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{z\bar{z}} = \pm|z|$ **2)** $(\forall \varphi \in (-\pi, \pi]) (e^{i\varphi})^{-1} = \overline{e^{i\varphi}}$ **3)** $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
4) $-i\operatorname{Im}(z) = \frac{1}{2}(-z + \bar{z})$ **5)** $\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ **6)** $\frac{z_1 - z_2}{z_1 - \bar{z}_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$ **7)** $|z| = 1 \Leftarrow z^{-1} = \bar{z}$
8) $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ **9)** $(\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \{0\})(\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{Oz_1} = k\overrightarrow{Oz_2} \Leftrightarrow \arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
- Ako je $P(x) = ax^3 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 3$, **2)** $dg(P) \in \{1, 3\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 3\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 1, 3\}$, **5)** $dg(P) \in \{0, 1, 2, 3\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta ali nisu polja: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
2) $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
8) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako nema koren u tom polju, tada je p : **1)** uvek svodljiv
2) uvek nesvodljiv **3)** nekada svodljiv a nekada nesvodljiv **4)** ništa od prethodnog **5)** uvek normalizovan
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x+x$ **2)** $xy = x+y$ **3)** $xx' = (x+1)'$ **4)** $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **5)** $xy = 0 \Rightarrow (x=0 \vee y=0)$
6) $(x=0 \vee y=0) \Rightarrow xy=0$ **7)** $x = xy + xy'$ **8)** $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe: **1)** $(\mathbb{R}[x], \cdot)$
2) $(\{z \in \mathbb{C} | \operatorname{Im}(z) = \operatorname{Re}(z)\}, +)$ **3)** $(\{f | f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **6)** $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$
- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$
5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$ **9)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 2t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q} \quad \mathbb{R} \quad \mathbb{C} \quad \mathbb{Z}_2 \quad \mathbb{Z}_3 \quad \mathbb{Z}_5$
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{i\pi}) = 0$. Tada važi:
1) $x-1 \mid f(x)$; **2)** $x+1 \mid f(x)$; **3)** $x^2+1 \mid f(x)$; **4)** $x^2-1 \mid f(x)$; **5)** $x-e^{-i\pi} \mid f(x)$ **6)** $x-e^{i\pi} \mid f(x)$
- Koje jednakosti su tačne za sve kompleksne brojeve z za koje su i definisane: **1)** $|\arg z + \arg(-\bar{z})| = \pi$
2) $z\bar{z} = |z|^2$ **3)** $\arg z = -\arg \bar{z}$ **4)** $z^{-1} = \bar{z}|z|^{-2}$ **5)** $|z| = |\bar{z}|$ **6)** $|\arg z| = |\arg \bar{z}|$ **7)** $\overline{e^{i\varphi}} = (e^{i\varphi})^{-1}$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 7

- Neka je funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = e^{3-2x}$. Tada je:
 - 1) $f^{-1}(x) = e^{\frac{3-x}{2}}$
 - 2) $f^{-1}(x) = e^{3-2x}$
 - 3) $f^{-1}(x) = \ln x$
 - 4) $f^{-1}(x) = \frac{3-\ln x}{2}$
 - 5) $f^{-1}(x) = \ln(3-2x)$
 - 6) $f^{-1}(x) = \log_{3-2x} x$
 - 7) $f^{-1}(x) = \ln \sqrt{x^{-1}e^3}$
- Neka su $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = e^x - 1$ i $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Izračunati:
 - 1) $f^{-1}(x) =$
 - 2) $g^{-1}(x) =$
 - 3) $(f \circ g)(x) =$
 - 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$
 - 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Injektivne funkcije su:
 - 1) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$
 - 2) $f: [-1, 1] \rightarrow [0, 2\pi], f(x) = \arccos x$
 - 3) $f: [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos x$
 - 4) $f: [-3, 3] \rightarrow [0, 9], f(x) = x^2$
 - 5) $f: (1, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = \ln x^2$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 - 1) $(a')'0' = a + 1'$
 - 2) $a + a' = 1'$
 - 3) $a \cdot 0' = (1')'$
 - 4) $1 + a = 0'$
 - 5) $ab = (a' + b')'$
- Skup S svih kompleksnih rešenja jednačine $x^4 = 0$ je $S = \{ \quad \quad \quad \}$.
- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{3}} - 1$, naći:

$$Re(z) = \quad, Im(z) = \quad, |z| = \quad, \arg(z) = \quad, \bar{z} = \quad, z^2 = \quad.$$
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}, \rho \in [0, \infty), \varphi \in (-\pi, \pi]$:

$$-2^{-2} = \quad, (\sqrt{-2i})^2 = \quad, \sqrt{(-2i)^2} = \quad, -2 - 2i = \quad, -5\pi = \quad, 3\pi i = \quad.$$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su grupe.
 - 1) $(\{-1, 1\}, +)$
 - 2) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$
 - 3) $(\{f|f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$
 - 4) $(\mathbb{N}, +)$
 - 5) $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$
 - 6) $(\mathbb{R}[x], \cdot)$
 - 7) $(\{\frac{m}{2} | m \in \mathbb{Z}\}, +)$
- Ako su P i $Q \neq -P$ polinomi i $dg(P) = dg(Q) = 3$, tada je

$$dg(PQ) \in \{ \quad \quad \quad \} \text{ i } dg(P+Q) \in \{ \quad \quad \quad \}$$
- Za polinome $p(x) = (x+1)^2 x(x-2)^6$ i $q(x) = x^5(x+1)(x-5)^2(x-1)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p, q) =$

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$, $f: A \rightarrow A$ i $g: A \rightarrow A$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $(g \circ f)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\rho = \{(x, x) | x \in A\} \cup \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (4, 5), (4, 3), (5, 3)\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ i $\theta = \{(x, x) | x \in B\} \cup \{(a, c), (a, d), (c, d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A, ρ) :

$(B, \theta):$

	(A, ρ)	(B, θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.

$$\rho = \{(x, \sqrt{1-x^2}) | x \in (-1, 0)\} : \text{R S A T F} \quad \rho = \{(x, e^x) | x \in \mathbb{R}\} : \text{R S A T F}$$

$$\rho = \{(x, \ln x) | x \in \mathbb{R}\} : \text{R S A T F} \quad \rho = \{(x, -\frac{1}{x}) | x > 0\} : \text{R S A T F}$$

$$\rho = \{(x, -\sqrt{1-x^2}) | x \in (-1, 0)\} : \text{R S A T F}$$
- Ako je $f : A \rightarrow B$ surjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokružiti)

0	1	2	3	∞
---	---	---	---	----------

- Ako je $f : A \rightarrow B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Zaokružiti brojeve ispred tvrdjenja koja su tačna u polju $(F, +, \cdot)$, a nisu u domenu integriteta. 1) $a \cdot 0 = 0$ 2) $a + bc = (a + b)(a + c)$ 3) $(F, +)$ je grupa 4) $(F \setminus \{0\}, \cdot)$ je grupa 5) operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ 6) $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ 7) $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ 8) $(\forall a \in F \setminus \{0\})(\exists b \in F)ab = 1$ 9) $a + (-a) = 0$
- Neka je $g : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1 - x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $g^{-1} : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A = \underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je funkcija $f : (-\infty, -\frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = x^2 + x + 1$. Tada $f^{-1} : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A = \underline{\hspace{2cm}}$
- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. 1) $\arg z \in (0, \pi] \Leftrightarrow I_m(z) > 0$ 2) $\arg z \leq 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$ 3) $\arg z \leq 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$ 4) $0 < \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow R_e(z) > 0$ 5) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftarrow R_e(z) > 0$
- Komutativne grupe su: 1) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R}\}, +)$ 2) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +)$ 3) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, \circ)$ 4) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R}\}, \circ)$ 5) $(\{f \mid f : \mathbb{R} \xrightarrow{\text{na}} \mathbb{R}\}, \circ)$
- Neka su u, z, w kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke w oko tačke z za ugao $-\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, a $\Im wzu = \underline{\hspace{2cm}}$
- Navesti geometrijsku interpretaciju sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f, g, h i s .
 $f(z) = \bar{z}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $g(z) = |z|e^{i\arg z} \wedge g(0) = 0$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $h(z) = e^{i\arg z}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
 $s(z) = -z \cdot \frac{i+1}{\sqrt{2}}$ je $\underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je $\{1, 3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je $a \in \{ \hspace{1cm} \}$, $b \in \{ \hspace{1cm} \}$, $c \in \{ \hspace{1cm} \}$
- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f \mid f : A \rightarrow B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$, $|\{f \mid f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$, $|\{f \mid f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{1cm}}$, $|\{f \mid f : B \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$,
 $|\{f \mid f : B \rightarrow A\}| = \underline{\hspace{1cm}}$, $|\{f \mid f : A \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{1cm}}$, $|\{f \mid f : B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = \underline{\hspace{1cm}}$, $|\{f \mid f : A \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{1cm}}$.
- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{z\bar{z}} = \pm|z|$ 2) $z = e^{i\varphi} \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$ 3) $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$ 4) $R_e(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ 5) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$ 6) $|z| = 1 \Leftarrow z^{-1} = \bar{z}$ 7) $|-z_1 - z_2| = |z_1| + |z_2|$ 8) $z_1|z_2| = z_2|z_1| \Leftarrow \arg z_1 = \arg z_2$
- Ako je $P(x) = ax^4 + bx^2 + cx$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: 1) $dg(P) = 4$, 2) $dg(P) \in \{1, 4\}$, 3) $dg(P) \in \{0, 4\}$, 4) $dg(P) \in \{1, 2, 4\}$, 5) $dg(P) \in \{0, 1, 2, 4\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni ali nisu domeni integriteta: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\{9k \mid k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 9) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p polinom stepena 3 nad nekim poljem F i ako nema koren u tom polju, tada je p : 1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) nekada svodljiv a nekada nesvodljiv 4) ništa od prethodnog 5) uvek normalizovan

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
 1) $(xy)' = x + y$ 2) $(xx')' = (x + 1)'$ 3) $x \neq 1 \Rightarrow xy \neq 1$ 4) $(x \neq 0 \wedge y \neq 0) \Rightarrow xy \neq 0$
 5) $xy \neq 0 \Rightarrow (x \neq 0 \wedge y \neq 0)$ 6) $x = xy + xy' + x$ 7) $xx = x + x$
 8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Napisati jedan primer konačne nekomutativne grupe i jedan primer beskonačne nekomutativne grupe
 Konačna: _____ . Beskonačna: _____
- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$: 1) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ 2) $((0, \infty), \cdot)$ 3) $((-\infty, 0), \cdot)$ 4) $(\mathbb{N}, \cdot)$
 5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 6) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ 7) $((0, 1), \cdot)$ 8) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 9) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 10) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{2}}) = 0$. Tada važi:
 1) $x - i \mid f(x)$; 2) $x + i \mid f(x)$; 3) $x^2 + 1 \mid f(x)$; 4) $x^2 - 1 \mid f(x)$; 5) $x - e^{-i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$ 6) $x - e^{i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$
- Koje jednakosti su tačne za sve $z \in \mathbb{C}$ i sve $\varphi \in (-\pi, \pi]$ za koje su i definisane: 1) $\overline{e^{i\varphi}} = e^{i\overline{\varphi}}$ 2) $\overline{e^{i\varphi}} = e^{\overline{i\varphi}}$
 3) $\arg z + \arg(-\bar{z}) \in \{-\pi, \pi\}$ 4) $\arg z + \arg \bar{z} = 0$ 5) $z^{-1}|z|^2 = \bar{z}$ 6) $|z| = |\bar{z}|$ 7) $|\arg z| = |\arg \bar{z}|$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 8

- Neka je funkcija $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}$ definisana sa $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$. Tada je: $f^{-1}(x) =$ _____
- Neka su $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2x + 1$ i $g(x) = x^3 - 1$. Izračunati:
 1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- **Sirjektivne** funkcije su: 1) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ 2) $f: [-1, 1] \rightarrow [0, 2\pi]$, $f(x) = \arccos x$
 3) $f: [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}] \rightarrow [\frac{1}{2}, 1]$, $f(x) = \cos x$ 4) $f: [-3, 3] \rightarrow [0, 9]$, $f(x) = x^2$
 5) $f: (1, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = \ln x^2$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 1) $(a')'0' = a + 1$ 2) $a' + a' = a' + 1'$ 3) $a \cdot 0' = (a')'$ 4) $1 + a = a'$ 5) $(ab) = (a' + b')'$
- Skup S svih kompleksnih rešenja jednačine $e^{ix} = 0$ je $S =$ _____
- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{2}} - 1$, naći:
 $R_e(z) =$ _____, $I_m(z) =$ _____, $|z| =$ _____, $\arg(z) =$ _____, $\bar{z} =$ _____, $z^2 =$ _____
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$:
 $-2i^{-2} =$ _____, $(\sqrt[3]{i})^3 =$ _____, $\sqrt[3]{i^3} \in \{$ _____, _____, _____ $\}$, $-2 - 2i =$ _____, $-5\pi =$ _____, $3\pi i =$ _____
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom.
 1) $(\{-1, 1\}, +)$ 2) $(\{f|f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$ 3) $(\mathbb{N}, +)$ 4) $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$
 5) $(\mathbb{R}[x], \cdot)$ 6) $(\{\frac{m}{2} | m \in \mathbb{Z}\}, +)$
- Ako su P i $Q \neq -P$ polinomi i $dg(P) = dg(Q) = 0$, tada je
 $dg(PQ) \in \{ \text{_____} \}$ i $dg(P + Q) \in \{ \text{_____} \}$
- Za polinome $p(x) = (x + 1)^2 x(x - 2)^6$ i $q(x) = x^5(x + 1)^3(x - 5)^2(x - 2)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p, q) =$ _____

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$, $f: A \rightarrow A$ i $g: A \rightarrow A$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Tada je
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $f \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $(g \circ f)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

- Neka je ρ relacija „deli” skupa $A = \{2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ i neka je θ relacija „deli” skupa $B = \{1, 2, 3, 6, 12, 18, 36\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A, ρ) :	(B, θ) :		(A, ρ)	(B, θ)
		minimalni		
		maksimalni		
		najveći		
		najmanji		

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: 1) $x + y = x'y'$ 2) $xy = (x' + y')'$ 3) $xy = 1 \Rightarrow y = 1$ 4) $x = y \Rightarrow x' = y'$ 5) $x' = y' \Rightarrow x = y$ 6) $f(x) = x' \Rightarrow f : B \xrightarrow{\text{na}} B$ 7) $f(x) = x' \Rightarrow f : B \xrightarrow{1-1} B$
- Za funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ iz grupe $(\mathbb{R}, +)$ u grupu $((0, \infty), \cdot)$, definisanu sa $f(x) = 2^x$, važi: 1) f je homomorfizam 2) f je izomorfizam 3) f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam 4) f^{-1} je izomorfizam
- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^3 + t + 1$ svodljiv: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$
- Skup svih mogućih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ je { }
- U prstenu polinoma, za svaki polinom p važi: 1) ako je p jednak proizvodu dva polinoma, tada je p svodljiv 2) ako je $p = 0$, tada je on svodljiv 3) ako je $p = 0$, tada je on nesvodljiv 4) ako je p svodljiv tada je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0 5) ako je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0, tada je p je svodljiv
- Neka su $p(x) = 2x + 1$ i $q(x) = x^2 + 2$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_7$ i $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_7[x]/p, +, \cdot)$ i $\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_7[x]/q, +, \cdot)$. Tada su polja: a) Samo $\mathcal{A}$ b) Samo $\mathcal{B}$ c) $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ d) Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.
- Neka je $g : (-\infty, 1] \rightarrow (-\infty, 0]$, $g(x) = -\sqrt{1-x}$. Tada inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$
- Neka je funkcija $f : (-\infty, -\frac{1}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = -2x^2 - x - 2$. Tada $f^{-1} : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A =$
- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. 1) $\arg z > 0 \Rightarrow I_m(z) > 0$ 2) $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) < 0$ 3) $\arg z < 0 \Leftrightarrow I_m(z) < 0$ 4) $\arg z > 0 \Leftrightarrow I_m(z) > 0$ 5) $\arg z \notin [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow R_e(z) < 0$
- Grupe su: 1) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R}\}, +)$ 2) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}, \circ)$ 3) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +)$ 4) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}, \circ)$ 5) $(\{f \mid f : \mathbb{R} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}\}, \circ)$
- Neka su u, z, w kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke u oko tačke w za ugao $-\frac{\pi}{4}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke w za vektor u dobija se tačka _____, a $\oint u w z =$ _____
- Navesti geometrijsku interpretaciju sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f, g, h i s .
 $f(z) = \bar{z}e^{i\pi}$ je _____
 $g(z) = |z|e^{i\arg(-z)} \wedge g(0) = 0$ je _____
 $h(z) = e^{i\arg|z|}$ je _____
 $s(z) = -z \cdot (\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5})$ je _____
- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je
 $a \in \{ \}$, $b \in \{ \}$, $c \in \{ \}$
- Neka je $A = \{1\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \nearrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f \mid f : A \rightarrow B\}| = _$ $|\{f \mid f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = _$ $|\{f \mid f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = _$ $|\{f \mid f : B \xrightarrow{na} B\}| = _$
 $|\{f \mid f : B \rightarrow A\}| = _$ $|\{f \mid f : A \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = _$ $|\{f \mid f : B \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = _$ $|\{f \mid f : A \xrightarrow{na} B\}| = _$

- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{z\bar{z}} = |z|$ 2) $z = e^{i\frac{\pi}{4}} \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$ 3) $|z_1 z_2| = |z_2| |z_1|$
4) $R_e(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ 5) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_2 - \bar{z}_1$ 6) $|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-2} = \bar{z}^2$ 7) $|-z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
8) $z_1 |z_2| = z_2 |z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$
- Ako je $P(x) = ax^3 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: 1) $dg(P) = 3$ 2) $dg(P) \in \{0, 1, 3\}$ 3) $dg(P) \in \{0, 3\}$ 4) $dg(P) \in \{0, 1, 3, 4\}$ 5) $dg(P) \in \{0, 1, 2, 3\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta, a nisu polja:
1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
8) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 9) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p svodljiv polinom stepena 4 nad nekim poljem F , tada polinom p : 1) uvek ima korena u polju F
2) nikada nema korena u polju F 3) nekada ima a nekada nema korena u polju F 4) ništa od prethodnog
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrdjenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $(xy)' = x + y$ 2) $(xx')' = (x + 1)'$ 3) $x \neq 1 \Rightarrow xy \neq 1$ 4) $(x \neq 0 \wedge y \neq 0) \Rightarrow xy \neq 0$
5) $xy \neq 0 \Rightarrow (x \neq 0 \wedge y \neq 0)$ 6) $x = xy + xy' + x$ 7) $xx = x + x$
8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Napisati jedan primer konačnog prstena bez jediice i jedan primer beskonačnog prstena bez jediice.
Konačan: . Beskonačan:
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{i\pi}) = 0$. Tada važi: 1) $x - e^{i\pi} \mid f(x)$ 2) $x - e^{-i\pi} \mid f(x)$ 3) $x^2 + 1 \mid f(x)$
4) $x - 1 \mid f(x)$ 5) $x + 1 \mid f(x)$ 6) $x^2 - 1 \mid f(x)$
- Koje jednakosti su tačne za sve $z \in \mathbb{C}$ i sve $\varphi \in (-\pi, \pi]$ za koje su i definisane: 1) $\overline{e^{i\varphi}} = e^{-i\varphi}$
2) $e^{i\varphi} = e^{-i\varphi}$ 3) $e^{i(\arg z + \arg(-\bar{z}))} = -1$ 4) $e^{i(\arg z + \arg \bar{z})} = 1$ 5) $z^{-1} = \bar{z}|z|^{-2}$ 6) $|-z| = |\bar{z}|$
7) $|\arg(-z)| + |\arg \bar{z}| = \pi$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 9

- Neka su $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = e^x - 1$ i $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Bijektivne funkcije su: 1) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^-, f(x) = -x^2$ 2) $f : [-1, 1] \rightarrow [0, 2\pi], f(x) = \arccos x$
3) $f : [-\frac{\pi}{3}, 0] \rightarrow [\frac{1}{2}, 1], f(x) = \cos x$ 4) $f : [-3, 0] \rightarrow [0, 9], f(x) = x^2$
5) $f : [1, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = \ln x^2$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrdjenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')'0' = a$ 2) $a' + 0' = 1 + 0$ 3) $a \cdot 1' = (a')'$ 4) $1 + a = a' + 0'$ 5) $(ab)' = (a' + b')'$
- Skup S svih kompleksnih rešenja jednačine $e^{ix} = 1$ je $S =$
- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{3}} - 1$, naći:
 $R_e(z) =$, $I_m(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$, $z^2 =$
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$:
 $-2 =$, $9 =$, $e^{i\frac{\pi}{3}} - 1 =$, $-2i =$, $5\pi =$, $-3\pi + 3\pi i =$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su grupe. 1) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 2) $(\{f | f : \mathbb{R} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}\}, \circ)$ 3) $(\mathbb{N}, +)$
4) $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ 5) $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, +)$ 6) $(\mathbb{R}[x], \cdot)$ 7) $(\{\frac{m}{5} | m \in \mathbb{Z}\}, +)$
- Ako su P i $Q \neq -P$ polinomi i $dg(P) = dg(Q) = 1$, tada je
 $dg(PQ) \in \{_____\}$ i $dg(P + Q) \in \{_____\}$
- Za polinome $p(x) = (x - 5)^3 x(x - 2)^6$ i $q(x) = x^5(x + 1)^3(x - 5)^2(x - 2)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p, q) =$

- Neka su $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \rightarrow (1, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = 2x + 1$. Izračunati:
 1) $f^{-1}(x) =$, 2) $(f \circ g)(x) =$, 3) $(f \circ g) :$ $\xrightarrow[na]{1-1}$, 4) $(g \circ f) :$ $\xrightarrow[na]{1-1}$.
- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $f : A \rightarrow A$ i $g : A \rightarrow A$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$. Tada je $f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $(g \circ f)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.
- Neka je ρ relacija „deli” skupa $A = \{1, 2, 3, 6, 12, 18, 36\}$ i neka je θ relacija „deli” skupa $B = \{1, 2, 4, 6, 12\}$. Nacrtati Hasove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

$(A, \rho):$

 $(B, \theta):$

	(A, ρ)	(B, θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ definisana je relacija $f = \{(x, x') | x \in B\}$. Relacija f je:
 - 1) Refleksivna
 - 2) Simerična
 - 3) Transitivna
 - 4) Antisimetrična
 - 5) Funkcija
- $f : B \xrightarrow{\text{na}} B$ $g : B \xrightarrow{1-1} B$
- Za funkciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ iz grupe $(\mathbb{R}, +)$ u grupu $(\mathbb{R}, +)$, definisanu sa $f(x) = 7x$, važi:
 - 1) f je homomorfizam
 - 2) f je izomorfizam
 - 3) f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam
 - 4) f^{-1} je izomorfizam
- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^3 + t^2 - 1$ svodljiv: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$
- Skup svih mogućih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem kompleksnih brojeva $\mathbb{C}$ je { }
- U prstenu polinoma, za svaki polinom p važi:
 - 1) ako je p jednak proizvodu dva nesvodljiva polinoma, tada je p svodljiv
 - 2) ako je $p = 4$, tada je on svodljiv
 - 3) ako je $p = 3$, tada je on nesvodljiv
 - 4) ako je p nesvodljiv tada je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p nije jednak proizvodu dva polinoma stepena većih od 0
 - 5) ako je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena manjeg od $dg(p)$, tada je p je svodljiv
- Neka su $p(x) = x + 2$ i $q(x) = x^2 + 1$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_5$ i $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_7[x]/p, +, \cdot)$ i $\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_7[x]/q, +, \cdot)$. Tada su polja:
 - a) Samo $\mathcal{A}$
 - b) Samo $\mathcal{B}$
 - c) $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$
 - d) Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.
- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza.
 - 1) $\arg z > 0 \Leftrightarrow I_m(z) > 0$
 - 2) $\arg z < 0 \Leftrightarrow I_m(z) < 0$
 - 3) $\arg z \geq 0 \Rightarrow I_m(z) \geq 0$
 - 4) $\arg z \geq 0 \Leftrightarrow I_m(z) \geq 0$
 - 5) $\arg z \notin [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow R_e(z) < 0$
- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$, broj rešenja sistema jednačina $x + a = 1 \wedge xa = 0$, po nepoznatoj x , u zavisnosti od $a \in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja): 0 1 2 ∞
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
 - 1) $(\{2k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$
 - 2) $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$
 - 3) $(\{a + ai | a \in \mathbb{R}\}, +)$
 - 4) $(\mathbb{Z}, \cdot)$
 - 5) $(\{f | f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}\}, \circ)$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koja su polja:
 - 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
 - 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
 - 3) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
 - 4) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$
 - 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$
 - 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
 - 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$
 - 8) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
 - 9) $\left(\left\{ f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R} \right\}, +, \circ \right)$
- Neka su z_1, z_2, z_3 kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z_3 oko tačke z_2 za ugao $-\frac{\pi}{3}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z_2 za vektor z_3 dobija se tačka _____, a $\nexists z_2 z_1 z_3 =$ _____
- Navesti geometrijsku interpretaciju sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f, g, h i s .

$f(z) = ze^{-i\frac{\pi}{4}}$ je _____

$g(z) = |z|e^{i\arg \bar{z}} \wedge g(0) = 0$ je _____

$h(z) = e^{i\arg |z|} \wedge h(0) = 1$ je _____

$s(z) = \bar{z} \cdot (\cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5})$ je _____

- Neka je $\{-1, 0, 1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je
 $a \in \{ \quad \}, \quad b \in \{ \quad \} \quad c \in \{ \quad \}$
- Neka je $A = \{4, 7\}$ i $B = \{1, 2, 5\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f|f: A \rightarrow B\}| = \quad |\{f|f: A \xrightarrow{1-1} B\}| = \quad |\{f|f: A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \quad |\{f|f: B \xrightarrow{na} B\}| = \quad$
 $|\{f|f: B \rightarrow A\}| = \quad |\{f|f: A \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = \quad |\{f|f: B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = \quad |\{f|f: A \xrightarrow{na} B\}| = \quad$
- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{z\bar{z}} = |z|$ 2) $z = e^{i\frac{\pi}{7}} \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$ 3) $|z_1 z_2| = |z_2| |z_1|$
4) $Re(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ 5) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_2 - \bar{z}_1$ 6) $|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-2} = \bar{z}^2$ 7) $|-z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
8) $z_1 |z_2| = z_2 |z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$
- Ako je $P(x) = ax^3 + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: 1) $dg(P) = 3$, 2) $dg(P) \in \{0, 1, 3\}$, 3) $dg(P) \in \{1, 3\}$, 4) $dg(P) \in \{0, 1, 3\}$, 5) $dg(P) \in \{0, 3\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\{9k|k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 9) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p nesvodljiv polinom stepena 4 nad nekim poljem F , tada polinom p : 1) uvek ima korena u polju F 2) nikada nema korena u polju F 3) nekada ima a nekada nema korena u polju F 4) ništa od prethodnog
- Napisati primere dva konačna prstena i dva primera beskonačnih prstena koji nisu polja.
Konačni: . Beskonačni:
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\frac{\pi}{12}}) = 0$. Zaokruži tačno: a) $x - e^{-i\frac{\pi}{12}} \mid f(x)$ b) $x + e^{i\frac{\pi}{12}} \mid f(x)$ c) $x - e^{i\frac{\pi}{12}} \mid g f(x)$
d) $x^2 - x\sqrt{2 - \sqrt{3}} + 1 \mid f(x)$ e) $x^2 - x\sqrt{2 + \sqrt{3}} + 1 \mid f(x)$ f) $x^2 - 2x\sqrt{2 + \sqrt{3}} + 1 \mid f(x)$
- Koje jednakosti su tačne za sve $z \in \mathbb{C}$ i sve $\varphi \in (-\pi, \pi]$ za koje su i definisane: 1) $\overline{e^{-i\varphi}} = e^{-i\varphi}$
2) $\overline{e^{-i\varphi}} = e^{-i\varphi}$ 3) $e^{i(\arg z - \arg(-z))} = -1$ 4) $e^{i(\arg z + \arg(-z))} = 1$ 5) $1 = z\bar{z}|z|^{-2}$
6) $\arg z > 0 \Rightarrow \arg z - \arg(-z) = \pi$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 10

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
 $\rho = \{(-1, -1), (0, 0), (1, 1)\} : \text{ R S A T F }$
- Neka su $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = 2^x - 1$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$
3) $(f \circ g)(x) =$ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - x$ 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^2$
4) $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^2$ 5) $f: (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow (0, \infty), f(x) = \tan x$ 6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = a'$ 2) $a + a' = 0$ 3) $a \cdot 0 = 0$ 4) $1 + a = a$ 5) $(a + b)' = a' + b'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{ \quad \}$.
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$:
 $Re(z) = \quad, Im(z) = \quad, |z| = \quad, \arg(z) = \quad, \bar{z} = \quad$.

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:

$$e^{i\pi} = \quad , \quad 2e^{i\frac{\pi}{2}} = \quad , \quad 2e^{0-i} = \quad$$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.

1) $(\mathbb{N}, +)$ **2)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +)$ **4)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **5)** $((0, \infty), +)$ **6)** $((0, \infty), \cdot)$

- Neka su $P = (a_0, a_1, \dots, a_4)$ i $Q = (b_0, b_1, \dots, b_3)$ polinomi. Tada je

$$dq(P + Q) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ i } dq(PQ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna:

$$\rho = \{ \dots \}$$

- Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ je:

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\rho = \{(x, x) | x \in A\} \cup \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (4, 5), (4, 3), (5, 3)\}$,
 $B = \{a, b, c, d\}$ i $\theta = \{(x, x) | x \in B\} \cup \{(a, c), (a, d), (c, d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

(A, ρ) :	(B, θ) :	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="width: 15%;"></th> <th style="width: 15%;">(A, ρ)</th> <th style="width: 15%;">(B, θ)</th> </tr> <tr> <td>minimalni</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>maksimalni</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>najveći</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>najmanji</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		(A, ρ)	(B, θ)	minimalni			maksimalni			najveći			najmanji		
	(A, ρ)	(B, θ)															
minimalni																	
maksimalni																	
najveći																	
najmanji																	

- U skupu $\mathbb{C}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid |z| = |w|\}$, $\rho_2 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 0\}$,
 $\rho_3 = \{(0, 0)\} \cup \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid \arg(z) = \arg(w)\}$, $\rho_4 = \{(0, 0)\} \cup \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 1\}$,
 $\rho_5 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid R_e(z) = I_m(w)\}$, $\rho_6 = \mathbb{C}^2$

Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija .

$$\rho_1: \text{RSATF} \quad \rho_2: \text{RSATF} \quad \rho_3: \text{RSATF} \quad \rho_4: \text{RSATF} \quad \rho_5: \text{RSATF} \quad \rho_6: \text{RSATF}$$

- Ako je $f : A \rightarrow B$ surjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Ako je $f : A \rightarrow B$ injektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞

- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x^2 - 4)$ dobro definisana funkcija $f : A \rightarrow B$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: 1) surjektivna i injektivna 2) ni surjektivna ni injektivna 3) surjektivna ali nije injektivna 4) nije surjektivna a jeste injektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.

1) $xx = x + x$ 2) $xy = x + y$ 3) $xy = (x + y)'$ 4) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
 5) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ 6) $x = xy + xy'$ 7) $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$, broj rešenja sistema jednačina $x + a = 1 \wedge xa = 0$, po nepoznatoj x , u zavisnosti od $a \in B$, može biti (zaokružiti tačna rešenja):

0	1	2	∞
---	---	---	----------

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:

1) $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ 2) $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ 3) $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\}, +)$ 4) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ 5) $(\{f|f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}\}, \circ)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni a nisu polja: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$

3) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- Zaokružiti homomorfizme $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$ iz grupe $(\mathbb{Z}, +)$ u grupu $(\mathbb{Z}_2, +)$: 1) $\forall x \in \mathbb{Z}, f(x) = 0$
2) $\forall x \in \mathbb{Z}, f(x) = 1$ 3) $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je paran broj} \\ 1 & x \text{ je neparan broj} \end{cases}$ 4) $f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ je neparan broj} \\ 1 & x \text{ je paran broj} \end{cases}$
- Ako je $z_1 = -1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - i$, tada je $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$
 $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_1) =$ $\arg(z_2) =$ $\arg(z_1 z_2) =$ $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) =$
- Zaokružiti brojeve za koje je prsten $(\mathbb{Z}_3[t]/P, +, \cdot)$ polje:
1) $P(t) = t + 2$ 2) $P(t) = t^2 + 1$ 3) $P(t) = t^2 + t + 1$ 4) $P(t) = t^3 + t + 1$ 5) $P(t) = t^{2005} + 1$
- Pri deljenju polinoma $t^5 + t + 1$ polinomom $t^2 + t + 1$ nad poljem $\mathbb{Z}_7$ dobija se količnik _____
i ostatak _____. Da li dobijeni rezultat važi nad proizvoljnim poljem? DA NE
- Skup svih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ je { _____ }, a nad poljem $\mathbb{C}$ je { _____ }.
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f, g: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f i g .
 $f(z) = z \cdot (-i)$ je _____
 $g(z) = -\bar{z}$ je _____
 $A = \{z \mid z^2 = \bar{z} \wedge z \neq 0\}$ je _____
 $B = \{z \mid |z| = |\bar{z}|\}$ je _____
 $C = \{z \mid \frac{z+\bar{z}}{2} = \frac{z-\bar{z}}{2i}\}$ je _____
 $D = \{z \mid |z| \leq 2 \wedge 0 \leq \arg z \leq \pi\}$ je _____
- U Bulovoj algebri $B = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ definisana je relacija $f = \{(x', x) \mid x \in B\}$. Relacija f je:
1) Refleksivna 2) Simetrična 3) Transitivna 4) Antisimetrična 5) Funkcija 6) $f: B \xrightarrow{na} B$
7) $f: B \xrightarrow{1-1} B$
- Neka su z_1, z_2, z_3 kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z_1 oko tačke z_3 za ugao $-\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z_2 za vektor z_1 dobija se tačka _____, a $\angle z_2 z_1 z_3 =$ _____
- Neka je $A = \{4, 7, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f \mid f: A \rightarrow B\}| =$ $|\{f \mid f: A \xrightarrow{1-1} B\}| =$ $|\{f \mid f: A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| =$ $|\{f \mid f: B \xrightarrow{na} A\}| =$
 $|\{f \mid f: B \rightarrow A\}| =$ $|\{f \mid f: A \rightarrow A \wedge f \searrow\}| =$ $|\{f \mid f: B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| =$ $|\{f \mid f: A \xrightarrow{na} B\}| =$
- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{z\bar{z}} = |z|$ 2) $z = e^{i\frac{\pi}{4}} \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$ 3) $|z_1 z_2| = |z_2| |z_1|$
4) $R_e(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ 5) $\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} = \frac{\bar{z}_2 - \bar{z}_1}{\bar{z}_2 + \bar{z}_1}$ 6) $|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-2} = \bar{z}^2$ 7) $|-z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
8) $z_1 |z_2| = z_2 |z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 11

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
 $\geq$: R S A T F $\rho = \{(x, x) \mid x \in \mathbb{R}\}$: R S A T F $\rho = \{(1, 2), (1, 3)\}$: R S A T F
- Neka su $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ i $g(x) = \ln(\sqrt{x} + 1)$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix}$ i $h = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$,
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrdjenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $ab + bc + ac + a = (a + b)(a + c)$ 2) $a' + a' = a'$ 3) $a + a' = 0$ 4) $a \cdot 0 = 0$ 5) $1 \cdot 0 = 1$ 6) $a + 1 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je ____, a inverzni elementi su:
 $2^{-1} = \text{____}, 3^{-1} = \text{____}, 4^{-1} = \text{____},$
 - Za kompleksne brojeve $z_1 = (1+i)^2$ i $z_2 = 1+i^3$ izračunati
 $z_1 + z_2 = \text{____} \quad z_1 \cdot z_2 = \text{____} \quad \frac{z_1}{z_2} = \text{____} \quad \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \text{____} \quad |z_1 + z_2| = \text{____}$
 - Pri deljenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____, a ostatak je ____.
 - Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom.
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$
- *****
- Napisati jednu relaciju ρ skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koja nije refleksivna, nije simetrična, nije antisimetrična nije tranzitivna i nije funkcija: $\rho = \{ \text{____} \}$
 - Napisati jednu relaciju ρ skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična tranzitivna i funkcija: $\rho = \{ \text{____} \}$
 - Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ je: _____
 - U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **a)** $x + y = (x'y)'$ **b)** $xy = (x' + y)'$
c) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ **d)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **e)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **f)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \xrightarrow{1-1} B$
 - Za funkciju $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ iz grupe $((0, \infty), \cdot)$ u grupu $(\mathbb{R}, +)$, definisanu sa $f(x) = \ln x$, važi: **1)** f je homomorfizam **2)** f je izomorfizam **3)** f^{-1} postoji i f^{-1} je homomorfizam **4)** f^{-1} postoji i f^{-1} je izomorfizam **5)** ništa od prethodno navedenog
 - Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$
4) $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$
 - Da li su sledeći uređeni parovi asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
a) $(\mathbb{N}, +)$ **b)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **c)** $(\mathbb{N}, -)$ **d)** $(\mathbb{Z}, -)$ **e)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **f)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, :)$ **g)** $(\mathbb{R}, :)$ **h)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, :)$.
 - Ako je $f : G \rightarrow H$ izomorfizam grupoda $(G, +)$ sa neutralnim elementom 0 u grupoid $(H, \cdot)$ sa neutralnim elementom 1, tada je: **1)** $f(0) = 1$ **2)** $f(-a) = a^{-1}$ **3)** $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$
 - Navesti dva primera domena integriteta koji nisu polja:
 - U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $(3^2)^{-1} + 2^{-1} \cdot 3 = \text{____}$
 - U polju $\mathbb{Z}_5$, skup rešenja po $x \in \mathbb{Z}_5$ jednačine $3 + 4(x^{-1} + 2x^2) = x$ je _____
 - Ako je $|z| = 1$ tada je: **1)** $z = \bar{z}$ **2)** $\arg z = \arg \bar{z}$ **3)** $z^{-1} = z$ **4)** $|z| = |\bar{z}|$ **5)** $z^{-1} = \bar{z}$ **6)** $|\arg z| = |\arg \bar{z}|$
 - **1)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow (I_m(z) \geq 0 \wedge z \neq 0)$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow (R_e(z) \geq 0 \wedge z \neq 0)$
3) $|z| > 0 \Rightarrow |\arg(z)| = |\arg(\bar{z})|$ **4)** $\sqrt{z\bar{z}} = |z|$, gde je $\sqrt{}$ realni koren
 - $\arg(e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}) = \text{____}, |e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}| = \text{____}, R_e(e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}) = \text{____}, I_m(e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}) = \text{____}.$
 - Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^2 + t + 1$ svodljiv: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$
 - Skup svih mogućih stepena svodljivih polinoma nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ je _____
 - U prstenu polinoma, za svaki polinom p važi: **1)** ako je p jednak proizvodu dva polinoma, tada je p svodljiv **2)** ako je $p = 0$, tada je on svodljiv **3)** ako je $p = 0$, tada je on nesvodljiv **4)** ako je p svodljiv tada je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0 **5)** ako je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0, tada je p je svodljiv

- Neka su $p(x) = 2x + 1$ i $q(x) = x^2 + 2$ polinomi nad poljem $\mathbb{Z}_5$ i $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_5[x]/p, +, \cdot)$ i $\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_5[x]/q, +, \cdot)$. Tada su polja: a) Samo $\mathcal{A}$ b) Samo $\mathcal{B}$ c) $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ d) Ni $\mathcal{A}$ ni $\mathcal{B}$.
- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{z\bar{z}} = |z|$ 2) $z = e^{i\frac{\pi}{4}} \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$ 3) $|z_1 z_2| = |z_2| |z_1|$
4) $Re(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ 5) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_2 - \bar{z}_1$ 6) $|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-2} = \bar{z}^2$ 7) $|-z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
8) $z_1 |z_2| = z_2 |z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$
- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izraziti u zavisnosti od z_1 , z_2 i z_3 ugao $\angle z_2 z_3 z_1 =$ i zatim ga efektivno izračunati $\angle z_2 z_3 z_1 =$
Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE
- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljiv i koji je stepena: a) 1 b) 2
- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je
- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$:

- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ \quad \}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{ \quad \}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ \quad \}$.
- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f|f: A \rightarrow B\}| = \quad |\{f|f: A \xrightarrow{1-1} B\}| = \quad |\{f|f: A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \quad |\{f|f: B \xrightarrow{na} B\}| = \quad$
 $|\{f|f: B \rightarrow A\}| = \quad |\{f|f: A \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = \quad |\{f|f: B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = \quad |\{f|f: A \xrightarrow{na} B\}| = \quad$
- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada je: 1) $x - e^{-i\alpha} | f(x)$ 2) $x - e^{i\alpha} | f(x)$
3) $x - e^{i|\alpha|} | f(x)$ 4) $x^2 - 2x \cos \alpha + 1 | f(x)$ 5) $x^2 - x \cos \alpha + 1 | f(x)$ 6) $x^2 + x \cos \alpha + 1 | f(x)$
7) $x^2 - x \cos \alpha + \alpha^2 | f(x)$
- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R}$, tada je: 1) $x - e^{-i\alpha} | f(x)$ 2) $x - e^{i\alpha} | f(x)$ 3) $x - e^{i|\alpha|} | f(x)$
4) $x^2 - 2x \cos \alpha + 1 | f(x)$ 5) $x^2 - x \cos \alpha + 1 | f(x)$ 6) $x^2 + x \cos \alpha + 1 | f(x)$ 7) $x^2 - x \cos \alpha + \alpha^2 | f(x)$
- Ako je $z_1 \neq w$, $z_2 \neq w$, $z_1 \neq 0$ i $z_2 \neq 0$, tada je:
1) $\arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{Oz_1} = k \overrightarrow{Oz_2}$
2) $\arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w) \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$
3) Množenjem kompleksnog broja s realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
4) $(\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{wz_1} = k \overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \arg(z_1 - w) = \arg(z_2 - w)$
5) $(\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{wz_1} = k \overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$
6) Kompleksni brojevi koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
7) Množenje kompleksnog broja z realnim brojem k je homotetija sa centrom $O(0,0)$ i koeficijentom k odnosno $H_{O,k}(z)$.
- Funkcija $f: (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \tan x$ je: 1) injektivna i nije surjektivna
2) surjektivna i nije injektivna 3) bijektivna 4) nije injektivna i nije surjektivna
- Funkcija $f: (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \rightarrow (0,1)$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je: 1) injektivna i nije surjektivna
2) surjektivna i nije injektivna 3) bijektivna 4) nije injektivna i nije surjektivna

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 12

- Pri deljenju polinoma $x^3 - x^2 - x + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 1) $(a')' = a' \cdot a'$ 2) $a \cdot a' = 0$ 3) $a \cdot 1' = 1'$ 4) $1 + a' = 0'$ 5) $a' \cdot b' = (a' + b')'$
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -\sqrt{2} - i\sqrt{6}$:
 $Re(z) =$, $Im(z) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$.
- Za $\subseteq$ u skupu $\mathcal{A} = \{A, B, C, D, E\}$, gde je
 $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}, C = \{a, b\}, D = \{a, b, c, e\}, E = \{a, c\}$
 odrediti
 najmanji el: minimalne el: najveći el: maksimalne el:
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
 $2e^{-2\pi i} =$ $e^{-3\pi i} =$ $2e^{-i\frac{3\pi}{2}} =$ $e^{5\pi i} =$ $e^{i\frac{3\pi}{2}} =$
- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:
 1) $f: [-1, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$, $f(x) = x^3$ 2) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$ 3) $f: (-\infty, 0] \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$
 4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ 5) $f: (-\infty, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = e^{-x}$ 6) $f: (\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}) \rightarrow (-1, 1)$, $f(x) = \sin x$
- Zaokružiti brojeve ispred injektivnih funkcija:
 1) $f: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ 2) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$ 3) $f: (-\infty, 0] \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$
 4) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ 5) $f: (-\infty, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = e^{-x}$ 6) $f: (\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}) \rightarrow (-1, 1)$, $f(x) = \sin x$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su komutativni grupoidi sa neutralnim elementom i nisu grupe.
 1) $(\mathbb{N}, +)$ 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 3) $(\mathbb{R}, +)$ 4) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 5) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 6) $((0, \infty), \cdot)$ 7) $((0, 1], \cdot)$
- Za polinome $p(x) = (x+1)^3 x^3 (x-2)^6$ i $q(x) = x^5 (x+1)^4 (x-5)^2 (x+2)^3$ nad poljem realnih brojeva izračunati: $NZD(p, q) =$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, +)$, gde je $\hbar$ neutralni, a $-x$ inverzni za x :
 1) $a + \hbar = \hbar$ 2) $-a + a = \hbar$ 3) $\hbar + \hbar = \hbar$ 4) $-\hbar = \hbar$ 5) $-(a+b) = -b + (-a)$ 6) $-(a+b) = -a + (-b)$
- Koreni polinoma $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ su: 1) $e^{i\frac{3\pi}{4}}$, 2) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, 3) $e^{-i\frac{3\pi}{4}}$, 4) $-e^{i\frac{3\pi}{4}}$, 5) $-e^{-i\frac{3\pi}{4}}$, 6) $e^{i\frac{\pi}{4}}$, 7) $-e^{i\frac{\pi}{4}}$.
- Koreni polinoma $x^2 - i$ su: 1) $e^{i\frac{3\pi}{4}}$, 2) $e^{-i\frac{3\pi}{4}}$, 3) $-e^{i\frac{3\pi}{4}}$, 4) $-e^{-i\frac{3\pi}{4}}$, 5) $e^{i\frac{\pi}{4}}$, 6) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$, 7) $-e^{i\frac{\pi}{4}}$.
- NZD za polinome $x^2 - x\sqrt{2} + 1$ i $x^2 - i$ je polinom: $NZD(x^2 - x\sqrt{2} + 1, x^2 - i) =$
- Izračunati: 1) $\arg(-7) =$ 2) $\arg(-3i) =$ 3) $\arg(9) =$ 4) $\arg(-0) =$
 5) $\arg(8i) =$ 6) $\arg(-1+i) =$ 7) $\arg(\sqrt{3}-i) =$ 8) $\arg(-\sqrt{3}+1) =$
- Napisati tablicu grupoida $(\{1, 3, 7, 9\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 10. Odrediti inverzne elemente i izračunati:

$\cdot$	1	3	7	9
1				
3				
7				
9				

$1^{-1} =$, $3^{-1} =$, $7^{-1} =$, $9^{-1} =$ $(9 \cdot 7)^{-1} =$, $7^{-1} \cdot 9^{-1} =$
 Da li je $(\{1, 3, 7, 9\}, \cdot)$ Abelova grupa? DA NE. Zaokružiti tačan odgovor.
 Da li je $(\{1, 3, 7, 9\}, \cdot) = (\{3^n | n \in \mathbb{N}\}, \cdot)$? DA NE. Zaokružiti tačan odgovor.

- Da li je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (3, 5), (4, 3), (4, 2), (4, 5), (2, 5)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti
 minimalne: , maksimalne: ,
 najveći element: i najmanji element: .

Haseov dijagram

- Ako je p polinom stepena 4 nad poljem $\mathbb{R}$ i ako je svodljiv u tom polju, tada p : 1) uvek ima korena u polju $\mathbb{R}$ 2) nema korena u polju $\mathbb{R}$ 3) nekada ima, a nekad nema korena u polju $\mathbb{R}$ 4) je uvek normalizovan 5) ništa od prethodnog

- Koje jednakosti su tačne za sve $z \in \mathbb{C}$ i sve $\varphi \in (-\pi, \pi]$ za koje su i definisane: 1) $\overline{e^{-i\varphi}} = e^{-i\varphi}$
2) $e^{-i\varphi} = e^{-i\varphi}$ 3) $e^{i(\arg z - \arg(-z))} = -1$ 4) $e^{i(\arg z + \arg(-z))} = 1$ 5) $1 = z\bar{z}|z|^{-2}$
6) $\arg z > 0 \Rightarrow \arg z - \arg(-z) = \pi$

- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{z\bar{z}} = |z|$ 2) $z = e^{i\frac{\pi}{2}} \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$ 3) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$
4) $R_e(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ 5) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_2 - \bar{z}_1$ 6) $|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-2} = \bar{z}^2$ 7) $|-z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
8) $z_1 |z_2| = z_2 |z_1| \Rightarrow \arg z_1 = \arg z_2$

- U skupu $\mathbb{N}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\} \cup \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$,
 $\rho_3 = \{(x, y) | y \in \{1, 2, \dots, x\}, x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, x \cdot y \text{ je neparan broj}\}$,
 $\rho_5 = \{(1, 1), (2, 2)\}$, $\rho_6 = \emptyset$, $\rho_7 = \mathbb{N}^2$

Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.

ρ_1 : R S A T F ρ_2 : R S A T F ρ_3 : R S A T F ρ_4 : R S A T F ρ_5 : R S A T F ρ_6 : R S A T F ρ_7 : R S A T F

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1-x}$. Tada $A =$ _____, $f(\text{_____}) = -1$, $f(\text{_____}) = 0$ i $B =$ _____. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: 1) surjektivna i neinjektivna 2) injektivna i nesurjektivna 3) ni injektivna ni surjektivna 4) bijektivna 5) $f^{-1}(x) =$ _____. Ako $f^{-1} : O \rightarrow S$, tada je $O =$ _____, $S =$ _____

- Za kompleksni broj $z = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$, naći:
 $R_e(z) =$ _____, $I_m(z) =$ _____, $|z| =$ _____, $\arg(z) =$ _____, $\bar{z} =$ _____, $z^2 =$ _____.

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :

$$\begin{aligned} |\{f | f : A \rightarrow B\}| &= ____ |\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = ____ |\{f | f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = ____ |\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}| = ____ \\ |\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}| &= ____ |\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}| = ____ |\{f | f : B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = ____ |\{f | f : B \rightarrow A\}| = ____ \end{aligned}$$

- Neka su $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = e^x - 1$ i $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ _____ 2) $g^{-1}(x) =$ _____ 3) $(f \circ g)(x) =$ _____ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ _____ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$ _____

- Zaokružiti brojeve ispred tvrdjenja koja su tačna u Bulovoj algebri $B = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $x = xy + xy'$ 2) $xx' = (x+1)'$ 3) $xx = x + x$ 4) $xy = x + y$ 5) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
6) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ 7) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$
8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Grupe su: 1) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = k^2 x, k \in \mathbb{R}\}, +)$ 2) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}, \circ)$
3) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +)$ 4) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = k^2 x, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}, \circ)$
5) $(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}^+\}, \circ)$ 6) $(\{f | f : \mathbb{R} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}\}, \circ)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$: 1) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 2) $((0, \infty), \cdot)$ 3) $(\{-1, i, 1, -i\}, \cdot)$ 4) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$
5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 6) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ 7) $((0, 1), \cdot)$ 8) $((-\infty, 0), \cdot)$ 9) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$ 10) $(\{e^{i\theta} | \theta \in \mathbb{R}\}, \cdot)$

- Napisati primere beskonačnog prstena bez jedinice $(A, +, \cdot)$ i konačnog prstena bez jedinice $(B, +, \cdot)$.
 $A =$ _____ $B =$ _____

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^3 + t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena manjeg od 3 nad poljem $\mathbb{C}$ tada je polinom p :

- 1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) ništa od prethodnog.

- $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(1 - 2i) = 0$. Zaokružiti tačno: 1) $x - 1 + 2i | f(x)$ 2) $x - 1 - 2i | f(x)$ 3) $x - e^{2i} | f(x)$
4) $x^2 - 2x + 5 | f(x)$; 5) $x^2 + 2x + 4 | f(x)$; 6) $x^2 - x + 1 | f(x)$; 7) $x - e^{-i} | f(x)$

- Neka je $z = 1 + i$, $u = 4 + 2i$ i $w = 2 + 3i$. Rotacijom tačke z oko tačke w za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka _____, $\angle zuw =$ _____.

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 13

- Neka su $f : (-1, \infty) \rightarrow (-\infty, 0)$ i $g : (-1, \infty) \rightarrow (-\infty, 0)$ definisane sa $f(x) = -\sqrt{1+x}$ i $g(x) = -(x+1)^3$. Izračunati:
 1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Injektivne funkcije su: 1) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = x^2$ 2) $f : [-1, 1] \rightarrow [0, 2\pi]$, $f(x) = \arccos x$
 3) $f : [\pi, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ 4) $f : [-3, 0] \rightarrow [0, 11]$, $f(x) = x^2$ 5) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 1) $(a')' = (a + 1')'$ 2) $aa' = 1'$ 3) $a \cdot 1' = (1')'$ 4) $1 + a = 0'$ 5) $ab = (a' + b')'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^3 = 1$ je $S = \{ \quad \quad \quad \}$.
- Za kompleksni broj $z = e^{i\pi} + i$, naći:
 $Re(z^2) =$, $Im(z^2) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$, $z^3 =$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$:
 $2^2 =$, $(\sqrt{i})^2 =$, $\sqrt{(i)^2} =$, $-1 - i =$, $\frac{\pi}{2} =$, $-\frac{\pi}{2}i =$.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su asocijativno komutativni grupoidi.
 1) $(\mathbb{N}, +)$ 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 3) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 4) $(\{-1, 1\}, +)$ 5) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 6) $((0, \infty), +)$ 7) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 8) $((0, \infty), \cdot)$
- Neka su P i Q polinomi drugoga stepena i $P \neq -Q$. Tada je $dg(P+Q) \in \{ \quad \quad \quad \}$ i $dg(PQ) \in \{ \quad \quad \quad \}$.
- Pri deljenju polinoma $x^2 + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.
- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & b & c & a \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$,
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \end{pmatrix}$.

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost F- funkcija.
 $\rho = \{(x, \sqrt{1-x^2}) | x \in (0, 1]\}$: R S A T F $\rho = \{(x, -\frac{1}{x}) | x > 0\}$: R S A T F
 $\rho = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 0\}$: R S A T F $\rho = \{(x, y) | x + y = 0\}$: R S A T F
 $\rho = \{(x, y) | x \leq y < x + 5\}$: R S A T F $\rho = \{(x, y) | xy < 0\}$: R S A T F
- Zajednički koreni polinoma $P(x) = x^2 - (i+1)x + i$ i $Q(x) = x^2 + 1$ su $\{ \quad \quad \quad \}$, a $NZD(P, Q) =$ _____.
- Zajednički koreni polinoma $P(x) = x^2 - i$ i $Q(x) = x^4 + 1$ su $\{ \quad \quad \quad \}$, a $NZD(P, Q) =$ _____.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(F, +, \cdot)$: 1) $a + (-a) = 0$
 2) $a + bc = (a+b)(a+c)$ 3) $(F, +)$ je grupa 4) $(F, \cdot)$ je grupa 5) operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ 6) $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ 7) $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ 8) $a \cdot 0 = 0$ 9) $a \cdot (-a) = -a^2$
- Zaokruži brojeve ispred tačnih iskaza. 1) $\arg z \in (0, \pi] \Leftarrow Im(z) > 0$ 2) $\arg z \leq 0 \Rightarrow Im(z) \leq 0$
 3) $\arg z \leq 0 \Leftarrow Im(z) \leq 0$ 4) $0 \leq \arg z < \frac{\pi}{2} \Rightarrow Re(z) > 0$ 5) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftarrow Re(z) \geq 0$
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e^{-1})$. Tada je $A =$ _____, $f(\quad) = -1$ i $B =$ _____.
 Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: 1) bijektivna 2) surjektivna ali ne injektivna 3) injektivna ali ne surjektivna
 4) niti injektivna niti surjektivna

- Koje od navedenih struktura su grupe: 1) $\left(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R}\}, +\right)$
2) $\left(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +\right)$ 3) $\left(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, \circ\right)$
4) $\left(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = k^2x, k \in \mathbb{R}\}, \circ\right)$ 5) $\left(\{f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}^+\}, \circ\right)$
- Neka su $z_1 = 1$, $z_2 = 5 + 2i$ i $z_3 = 2 + 3i$ kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z_1 oko tačke z_3 za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z_1 za vektor z_2 dobija se tačka _____, a $\angle z_1 z_2 z_3 =$ _____
- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A =$ _____, $f(\text{_____}) = -1$, $f(\text{_____}) = 0$ i $B =$ _____, a $f : A \rightarrow B$ je:
1) bijektivna 2) surjektivna ali ne injektivna 3) injektivna ali ne surjektivna 4) niti injektivna niti surjektivna
- Funkcija $f : \left(\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right) \rightarrow (-1, \frac{9}{10})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je: 1) surjektivna i nije injektivna
2) injektivna i nije surjektivna 3) nije injektivna i nije surjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : \left(-\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}\right) \rightarrow \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je: 1) surjektivna i nije injektivna
2) injektivna i nije surjektivna 3) nije injektivna i nije surjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : \left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \tan x$ je: 1) surjektivna i nije injektivna
2) injektivna i nije surjektivna 3) nije injektivna i nije surjektivna 4) bijektivna
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f, g, h i s .
 $f(z) = -\bar{z}i$ je _____
 $g(z) = -(\bar{-z})$ je _____
 $h(z) = R_e(z)$ je _____
 $s(z) = z \cdot \frac{i-\sqrt{3}}{2}$ je _____
 $A = \{z \mid z^3 = 1\}$ je _____
 $B = \{z \mid |z^3| = 1\}$ je _____
 $C = \{z \mid z^2 = -\bar{z}\}$ je _____
 $D = \{z \mid \arg(-z) = \arg(\overline{-z})\}$ je _____
 $E = \{z \mid I_m(z) = iR_e(z)\}$ je _____
Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: a) $A \subset B$ b) $C \subseteq D$ c) $D \subseteq C$ d) $B \subseteq D$ e) $D \subseteq E$
- Neka je $\{1, 2\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je
 $a \in \{ \quad \quad \quad \}$, $b \in \{ \quad \quad \quad \}$ $c \in \{ \quad \quad \quad \}$
- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :
 $|\{f \mid f : A \rightarrow B\}| = \text{_____}$ $|\{f \mid f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = \text{_____}$ $|\{f \mid f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \text{_____}$ $|\{f \mid f : B \xrightarrow{nq} A\}| = \text{_____}$
 $|\{f \mid f : B \rightarrow A\}| = \text{_____}$ $|\{f \mid f : A \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = \text{_____}$ $|\{f \mid f : B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| = \text{_____}$ $|\{f \mid f : A \xrightarrow{nq} B\}| = \text{_____}$
- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{i^2} = i$ 2) $(\forall \varphi \in (-\pi, \pi]) (e^{i\varphi})^{-1} = \overline{e^{i\varphi}}$ 3) $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
4) $z^{-1} = \bar{z}|z|^{-2}$ 5) $|\overline{z_1 z_2}| = |z_1| |z_2|$ 6) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$ 7) $|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-1} = \bar{z}$
8) $|-z_1 - z_2| = |-z_1| + |-z_2|$
9) $(\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \{0\})(\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{Oz_1} = k \overrightarrow{Oz_2} \Leftrightarrow \arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
- Ako je $P(x) = ax^3 + bx^2 + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je:
1) $dg(P) = 3$ 2) $dg(P) \in \{1, 3\}$ 3) $dg(P) \in \{0, 3\}$ 4) $dg(P) \in \{0, 2, 3\}$ 5) $dg(P) \in \{0, 1, 2, 3\}$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 9) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p polinom stepena 3 nad nekim poljem F i ako nema koren u tom polju, tada je p : 1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) nekada svodljiv a nekada nesvodljiv 4) ništa od prethodnog 5) uvek normalizovan
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
1) $xx = x + x$ 2) $x'y' = (x + y)'$ 3) $xx' = (x + 1)'$ 4) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
5) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ 6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ 7) $y = xy + xy'$
8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide, koji nisu grupe: 1) $(\{z \in \mathbb{C} | \operatorname{Im}(z) = \operatorname{Re}(z)\}, +)$ 2) $(\{f | f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, \circ)$ 3) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 4) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ 5) $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ 6) $(\mathbb{R}[x], \cdot)$
- Zaokružiti grupoide: 1) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ 2) $((0, \infty), \cdot)$ 3) $((-\infty, 0), \cdot)$ 4) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 6) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ 7) $((0, 1), \cdot)$ 8) $(\{-1, 1\}, +)$ 9) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 10) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + t + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q} \quad \mathbb{R} \quad \mathbb{C} \quad \mathbb{Z}_2 \quad \mathbb{Z}_3 \quad \mathbb{Z}_5$
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(1 + i) = 0$. Tada važi: 1) $x - 1 - i \mid f(x)$; 2) $x - 1 + i \mid f(x)$; 3) $x^2 - 2x + 2 \mid f(x)$; 4) $x^2 - 2x + 2 \mid f(x)$; 5) $x - \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ 6) $x - e^{i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 14

- Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost. F.
 $\leq$: R S A T F $<$: R S A T F $\equiv_3 (x \equiv_3 y \Leftrightarrow 3 | (x - y))$: R S A T F
- Neka su $f : (-1, 0) \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, 0)$ i $g : (-1, 0) \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, 0)$ definisane sa $f(x) = \arcsin x$ i $g(x) = 2 \arctg x$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$
4) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$ 5) $(f \circ g)^{-1}(x) =$
- Bijektivne funkcije su: 1) $f : \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^-, f(x) = -x^2$ 2) $f : [-1, 1] \rightarrow [-\pi, \pi], f(x) = \arcsin x$ 3) $f : [\frac{\pi}{2}, \pi] \rightarrow [-1, 1], f(x) = \cos x$ 4) $f : [-3, 0] \rightarrow [-8, 1], f(x) = 1 - x^2$ 5) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(1')' = (a \cdot 1')'$ 2) $(aa')' = 0'$ 3) $a + 1' = (a')'$ 4) $1 + a = (1')'$ 5) $(ab)' = (a' + b')'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = 2i$ je $S = \{$ $\}$.
- Za kompleksni broj $z = e^{i\pi} + e^{i\frac{\pi}{3}}$, naći:
 $\operatorname{Re}(z^2) =$, $\operatorname{Im}(z^2) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$, $z^3 =$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno u obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$:
 $-2^2 =$, $(\sqrt[3]{i})^3 =$, $\sqrt[3]{(i)^3} =$, $-\sqrt{3} - i =$, $\frac{\pi}{6} =$, $-\frac{\pi}{3}i =$.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
1) $(\mathbb{N}, +)$ 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 3) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 4) $(\{-1, 1\}, +)$ 5) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 6) $((0, \infty), +)$ 7) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 8) $((0, \infty), \cdot)$
- Neka su P i Q polinomi trećeg stepena i $P \neq -Q$. Tada je $dg(P + Q) \in \{$ $\}$ i $dg(PQ) \in \{$ $\}$.
- Pri deljenju polinoma $x^3 - 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.
- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$,
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$.

- Neka su $f : (-1, 0) \rightarrow (-1, 0)$ i $g : (-1, 0) \rightarrow (-1, 0)$ definisane sa $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$ i $g(x) = x^2 - 1$. Izračunati:

$$\begin{array}{lll} 1) f^{-1}(x) = & 2) g^{-1}(x) = & 3) (f \circ g)(x) = \\ 4) (g^{-1} \circ f^{-1})(x) = & 5) (f \circ g)^{-1}(x) = \end{array}$$

- Broj svih simetričnih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ je:

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.

$$\begin{array}{llll} 1) xx = x + x & 2) xy = x + y & 3) xy = (x + y)' & 4) xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0) \\ 5) (x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0 & 6) x = xy + xy' & 7) (\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0 \end{array}$$

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{2, 3, 4\}$ i binarne relacije $f_1 = \{(1, 3), (2, 4)\}$, $f_2 = \{(1, 3), (3, 4), (2, 3)\}$, $f_3 = \{(3, 3), (2, 2), (1, 4)\}$, $f_4 = \{(3, 3), (2, 3), (1, 3)\}$. Popuniti obavezno sa **da** ili **ne**:

$\backslash$	f_i je funkcija	f_i je funkcija skupa A u skup B	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{na} B$	$f_i : A \xrightarrow[na]{1-1} B$
f_1					
f_2					
f_3					
f_4					

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Tada je $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(\underline{\hspace{2cm}}) = 1$ i $B = \underline{\hspace{2cm}}$. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je:

- a) surjektivna ali ne injektivna b) injektivna ali ne surjektivna
c) niti injektivna niti surjektivna d) bijektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F, +, \cdot)$:

$$\begin{array}{llll} 1) a + bc = (a + b)(a + c) & 2) (F, \cdot) \text{ je grupa} & 3) (F, \cdot) \text{ je grupoid} & 4) \text{ operacija } + \text{ je distributivna prema } \cdot \\ 5) ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0 & 6) a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0 & 7) a \cdot 0 = 0 & 8) a \cdot (-a) = -a^2 \\ 9) a + (-a) = 0 \end{array}$$

- Neka su z_1, z_2 i z_3 kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z_2 oko tačke z_1 za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, translacijom tačke z_1 za vektor z_2 dobija se tačka $\underline{\hspace{2cm}}$, a $\nexists z_3 z_1 z_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

- Zaokružiti brojeve ispred surjektivnih funkcija:

$$\begin{array}{lll} 1) f : \mathbb{R}^+ \rightarrow (-\infty, 3), f(x) = 3 - x & 2) f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 & 3) f : \mathbb{R}^+ \rightarrow (0, \infty), f(x) = \sqrt{x} \\ 4) f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^6 & 5) f : (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow (0, \infty), f(x) = \tan x & 6) f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x \end{array}$$

- Funkcija f je injektivna ako i samo ako za svako x, y, a i b važi: 1) $((x, a) \in f \wedge (y, a) \in f) \Rightarrow x = y$
2) $((x, a) \in f \wedge (y, a) \in f) \Rightarrow x \neq y$ 3) $x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$ 4) $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$
5) $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija:

$$\begin{array}{l} |\{f|f : A \rightarrow B\}| = \underline{\hspace{2cm}} \quad |\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = \underline{\hspace{2cm}} \quad |\{f|f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{2cm}} \quad |\{f|f : B \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{2cm}} \\ |\{f|f : B \rightarrow A\}| = \underline{\hspace{2cm}} \quad |\{f|f : A \xrightarrow{1-1} A\}| = \underline{\hspace{2cm}} \quad |\{f|f : B \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{2cm}} \quad |\{f|f : A \xrightarrow{na} A\}| = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

- Navedi geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f, g, h i s .

$$f(z) = -\bar{z} \frac{1+i}{\sqrt{2}} \text{ je } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$g(z) = -\bar{z} \text{ je } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$h(z) = R_e(z) \text{ je } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$s(z) = z \cdot \frac{1+i\sqrt{3}}{2} \text{ je } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A = \{z|z^3 = -1\} \text{ je } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B = \{z||z^3| = -1\} \text{ je } \underline{\hspace{2cm}}$$

$C = \{z | z^3 = -\bar{z}\}$ je _____

$D = \{z | \arg(-z) = \arg(-\bar{z})\}$ je _____

$E = \{z | I_m(z) = iR_e(z)\}$ je _____

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: a) $A \subset B$ b) $C \subseteq D$ c) $D \subseteq C$ d) $B \subseteq D$ e) $D \subseteq E$

- Neka je $\{1, -1, 2\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je
 $a \in \{ \quad \quad \quad \}$, $b \in \{ \quad \quad \quad \}$ $c \in \{ \quad \quad \quad \}$
- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $\sqrt{4} = 2$ 2) $(e^{i\varphi})^{-1} = \overline{e^{i\varphi}}$ 3) $|z|^2 = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
4) $z \neq 0 \Rightarrow z = z^2 \bar{z} |z|^{-2}$ 5) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$ 6) $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$ 7) $|z|^3 = 1 \Leftarrow z^{-1} = \bar{z}$
8) $|-z_1 - z_2| \leq |-z_1| + |-z_2|$
9) $(\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \{0\})(\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{Oz_1} = k \overrightarrow{Oz_2} \Leftrightarrow \arg z_1 = \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|}$
- Ako je $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $d \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: 1) $dg(P) = 3$ 2) $dg(P) \in \{1, 3\}$ 3) $dg(P) \in \{0, 3\}$ 4) $dg(P) \in \{0, 2, 3\}$
5) $dg(P) \in \{0, 1, 2, 3\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su domeni integriteta: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 9) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p svodljiv polinom stepena 3 nad nekim poljem F tada polinom p : 1) uvek ima koren upolju F
2) nekad ima koren upolju F 3) nema koren u polju F 4) ništa od prethodnog 5) je uvek normalizovan
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^{2015} + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(1) = 0$. Tada važi:
1) $x - 1 \mid f(x)$; 2) $x + 1 \mid f(x)$;
3) $x^2 - 1 \mid f(x)$; 4) $x^2 - 2x + 1 \mid f(x)$; 5) $x - e^{i2\pi} \mid f(x)$ 6) $x - e^{-i2\pi} \mid f(x)$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 15

- Da li je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 1), (1, 2), (5, 3), (5, 4), (4, 1), (3, 1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati Haseov dijagram, odrediti minimalne: _____, maksimalne: _____, najveći: _____ najmanji: _____ element.
- Neka su $f : (-1, 0) \rightarrow (\frac{\pi}{2}, \pi)$ i $g : (-1, 0) \rightarrow (\frac{\pi}{2}, \pi)$ definisane sa $f(x) = \arccos x$ i $g(x) = \frac{\pi}{2}x + \pi$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$
4) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$ 5) $(f \circ g)^{-1}(x) =$
- Injektivne funkcije su: 1) $f : \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^-, f(x) = -x^2$ 2) $f : [-1, 1] \rightarrow [-\pi, \pi], f(x) = \arcsin x$
3) $f : [\frac{\pi}{2}, \pi] \rightarrow [-1, 1], f(x) = \cos x$ 4) $f : [-3, 1] \rightarrow [-8, 0], f(x) = 1 - x^2$
5) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x^2$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(1' + 1) = (a \cdot 1')'$ 2) $(aa')' = 1'$ 3) $a + 0' = (a')'$ 4) $1 + a = (1')'$ 5) $ab = (a' + b')'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x = \sqrt{9}$ je $S = \{ \quad \quad \quad \}$.
- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{i\frac{\pi}{6}}$, naći:
 $Re(z^2) =$, $Im(z^2) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$, $z^3 =$.
- Napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$ ako je $\sqrt{\quad}$ kompleksni :
 $2^{-2} =$, $(\sqrt{4})^2 =$, $\sqrt{(4)^2} =$, $-1 - i =$, $\frac{\pi}{6} \cdot (-1) =$, $-\frac{\pi}{3}i =$.
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupoidi.
1) $(\mathbb{N}, +)$ 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 3) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 4) $(\{-1, 1\}, +)$ 5) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 6) $((0, \infty), +)$ 7) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 8) $((-\infty, 0), \cdot)$
- Neka su P i Q polinomi četvrtog stepena i $P \neq -Q$. Tada je $dg(P + Q) \in \{ \quad \quad \quad \}$ i $dg(PQ) \in \{ \quad \quad \quad \}$.

• Pri deljenju polinoma $x^3 + 2$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.

• Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & d & b \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & a & b \end{pmatrix}$. Tada je $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$,
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$, $f^{-1} \circ g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$

• Neka su $f : (-1, 0) \rightarrow (-1, 0)$ i $g : (-1, 0) \rightarrow (-1, 0)$ definisane sa $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$ i $g(x) = x^2 - 1$. Tada je:

1) $f(x) > g(x)$ 2) $f(x) < g(x)$ 3) $f(x) = g(x)$ 4) $f(x) \geq g(x)$ 5) ništa od prethodnog

• Broj svih antisimetričnih relacija skupa $A = \{1, 2\}$ je:

• Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $B = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.

1) $xx = x + x$ 2) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$ 3) $x = 1 \Rightarrow xy = 1$ 4) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$

5) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ 6) $x = xy + xy'$ 7) $(x = 0 \wedge y = 0) \Rightarrow xy = 0$

• Neka je $A = \{1, 2\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$, $f_1 = \{(1, 5), (2, 6), (1, 7)\}$, $f_2 = \{(1, 5), (1, 5)\}$, $f_3 = \{(1, 8), (2, 5)\}$, $f_4 = \{(1, 7), (2, 7)\}$ Popuniti sa **da** ili **ne** ili **-**.

$\backslash$	f_i je funkcija	f_i je funkcija skupa A u skup B	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{na} B$	$f : A \xrightarrow[na]{1-1} B$
f_1					
f_2					
f_3					
f_4					

• Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Tada je $A =$ _____, $f(\text{_____}) = 1$ i $B =$ _____. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je: a) bijektivna b) injektivna ali ne surjektivna c) niti injektivna niti surjektivna d) surjektivna ali ne injektivna

• Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F, +, \cdot)$:

1) $ac + bc = (a + b)c$ 2) $(F \setminus \{0\}, \cdot)$ je grupa 3) $(F, \cdot)$ je grupoid 4) operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ 5) $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ 6) $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ 7) $a \cdot 0 = 0$ 8) $a \cdot (-a) = -a^2$ 9) $a + (-a) = 0$

• Neka su z_1, z_2 i z_3 kompleksni brojevi. Tada rotacijom tačke z_3 oko tačke z_2 za ugao $\frac{\pi}{3}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z_2 za vektor z_1 dobija se tačka _____, a $\overline{z_3 z_1 z_2} =$ _____

• Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:

1) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow (-\infty, 3)$, $f(x) = 3 - x$ 2) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -7x^3$ 3) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = \sqrt{x}$
4) $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = x^{-6}$ 5) $f : [0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{tg} x$ 6) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$

• Funkcija f nije injektivna ako i samo ako postoje x, y, a i b takvi da važi:

1) $((x, a) \in f \wedge (y, a) \in f) \Rightarrow x = y$ 2) $((x, a) \in f \wedge (y, a) \in f) \Rightarrow x \neq y$ 3) $x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$
4) $f(x) = f(y) \Rightarrow x \neq y$ 5) $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$

• Neka je $A = \{1\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija:

$$\begin{aligned} |\{f|f : A \rightarrow B\}| &= ______ & |\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}| &= ______ & |\{f|f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| &= ______ & |\{f|f : B \xrightarrow{na} B\}| &= ______ \\ |\{f|f : B \rightarrow A\}| &= ______ & |\{f|f : A \xrightarrow{1-1} A\}| &= ______ & |\{f|f : B \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| &= ______ & |\{f|f : A \xrightarrow{na} A\}| &= ______ \end{aligned}$$

• Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ i $s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i surjektivnosti funkcija f, g, h i s .

$f(z) = -\overline{z} \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ je _____

$g(z) = -\overline{z}$ je _____

$g(z) = -z$ je _____

$g(z) = \overline{z}$ je _____

$s(z) = z \cdot \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ je _____
 $A = \{z | z^3 = -1\}$ je _____
 $B = \{z | |z^3| = 0\}$ je _____
 $C = \{z | z^3 = \overline{-z}\}$ je _____
 $D = \{z | \arg \bar{z} = \overline{\arg z}\}$ je _____
 $E = \{z | iI_m(z) = R_e(z)\}$ je _____

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A \subset B$ **b)** $C \subseteq D$ **c)** $D \subseteq C$ **d)** $B \subseteq D$ **e)** $D \subseteq E$

- Neka je $\{1, 0\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada je
 $a \in \{ \quad \quad \quad \}$, $b \in \{ \quad \quad \quad \}$ $c \in \{ \quad \quad \quad \}$
- U skupu kompleksnih brojeva je: **1)** $\sqrt{4} = 2$ **2)** $\sqrt{4} = \pm 2$ **3)** $(e^{i\varphi})^{-1} = \overline{e^{-i\varphi}}$ **4)** $|z|^2 = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
5) $z \neq 0 \Rightarrow z = z^3 \bar{z} |z|^{-2}$ **6)** $|\overline{z_1 z_2}| = |\bar{z}_2| |\bar{z}_1|$ **7)** $|-z_1 - z_2| \geq |-z_1| - |-z_2|$ **8)** $|z|^{-5} = 1 \Leftarrow z^{-1} = \bar{z}$
9) $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_2 \bar{z}_1$ **10)** $(\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \{0\})(\exists k \in \mathbb{R}^-) \overrightarrow{Oz_1} = k \overrightarrow{Oz_2} \Leftrightarrow \arg z_1 = \pm \pi + \arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = -\frac{z_2}{|z_2|}$
- Ako je $P(x) = ax^5 + bx^3 + d$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $d \neq 0$, tada stepen $dg(P)$ polinoma P je: **1)** $dg(P) = 5$, **2)** $dg(P) \in \{3, 5\}$, **3)** $dg(P) \in \{0, 5\}$, **4)** $dg(P) \in \{0, 3, 5\}$,
5) $dg(P) \in \{0, 1, 3, 5\}$
- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni bez delitelja nule: **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\{9k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$
3) $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **8)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Ako je p svodljiv polinom stepena 4 nad nekim poljem F tada polinom p : **1)** uvek ima koren u polju F
2) nekad ima koren upolju F **3)** nema koren u polju F **4)** ništa od prethodnog **5)** je uvek normalizovan
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$
- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(i) = 0$. Tada važi:
1) $x - i \mid f(x)$; **2)** $x + i \mid f(x)$;
3) $x^2 - 1 \mid f(x)$; **4)** $x^2 + 1 \mid f(x)$; **5)** $x - e^{i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$ **6)** $x - e^{-i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$
- Proveriti koje od sledećih ekvivalencija i implikacija su tačne za svaki kompleksni broj z :
1) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \geq 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow (R_e(z) \geq 0 \wedge z \neq 0)$
3) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$ **5)** $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 16

- Pri deljenju polinoma $x^3 + 1$ sa $x^2 - x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je _____, a ostatak je _____.
- Neka je f funkcija definisana sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$. Tada je:
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$, $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$.
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $(a')' = (a' \cdot a')'$ **2)** $a \cdot a' = 0'$ **3)** $a + 1' = (a')'$ **4)** $1 + a' = 0'$ **5)** $a' \cdot b' = (a' + b')'$
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -2 + 2i\sqrt{3}$:
 $R_e(z) = \quad$, $I_m(z) = \quad$, $|z| = \quad$, $\arg(z) = \quad$, $\bar{z} = \quad$, $\arg(z^{-1}) = \quad$.
- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
 $7e^{-6\pi i} = \quad$ $e^{-9\pi i} = \quad$ $3e^{-i\frac{5\pi}{2}} = \quad$ $e^{11\pi i} = \quad$ $e^{i\frac{7\pi}{2}} = \quad$
- Zaokružiti brojeve ispred injektivnih funkcija: **1)** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}$ **2)** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$
3) $f: [-1, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$, $f(x) = (x+1)^2$ **4)** $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$
5) $f: (\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}) \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ **6)** $f: (\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}) \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.

1) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 3) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +)$ 5) $([0, 1], \cdot)$ 6) $((0, \infty), +)$ 7) $([0, \infty), \cdot)$

- Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = ax^2 + (a+1)x + 2$. Za koje vrednosti parametar $a \in \mathbb{R}$ funkcija f je:

1) injektivna _____, 2) surjektivna _____, 3) bijektivna _____.

- 1) $\arg z < 0 \Leftrightarrow I_m(z) \leq 0$ 2) $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$ 3) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Rightarrow I_m(z) \in \mathbb{R}$
4) $\arg z > 0 \Rightarrow I_m(z) > 0$ 5) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ 6) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \geq 0$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj grupi $(P, \cdot)$, gde je e neutralni, a x^{-1} inverzni za x :

1) $a \cdot e = e$ 2) $a^{-1} \cdot a = e$ 3) $e \cdot e = e$ 4) $e^{-1} = e$ 5) $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$ 6) $(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$

- Neka su $a, b \in \mathbb{R}$ i $w \in \mathbb{C}$ koeficijenti polinoma $P(x) = x^2 + ax + b$ i $Q(x) = x^2 + w$. Ako je $2 - 3i$ zajednički koren polinoma P i Q , tada preostali koreni polinoma P i Q su redom $\alpha_1 =$ _____ i $\alpha' =$ _____, dok je $a =$ _____, $b =$ _____ i $w =$ _____.

- Izračunati: 1) $\arg(-13i) =$ 2) $\arg(-31) =$ 3) $\arg(29) =$ 4) $\arg(0) =$
5) $\arg(11i) =$ 6) $\arg(-5 - 5i) =$ 7) $\arg(\sqrt{3} + i) =$ 8) $\arg(-\sqrt{3} + 1) =$

- Napisati tablicu grupoida $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$, gde je $\cdot$ množenje po modulu 8. Odrediti inverzne elemente i izračunati:

$\cdot$	1	3	5	7
1				
3				
5				
7				

$1^{-1} =$ _____, $3^{-1} =$ _____, $5^{-1} =$ _____, $7^{-1} =$ _____, $(5 \cdot 7)^{-1} =$ _____, $7^{-1} \cdot 5^{-1} =$ _____
 Da li je $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$ komutativna grupa? DA NE. Zaokružiti tačan odgovor.
 Da li je $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$ ciklička grupa? DA NE. Zaokružiti tačan odgovor.

- $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 4), (4, 5), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 5)\}$ je relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti minimalne: _____, maksimalne: _____, najveći element: _____ i najmanji element: _____.

Haseov dijagram

- Napisati normalizovani polinom $P(x)$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{R}$ i nesvodljiv nad poljem $\mathbb{C}$ čiji zbir koeficijenata je 2015. $P(x) =$ _____

- Koje jednakosti su tačne za sve $z \in \mathbb{C}$ i sve $\varphi \in (-\pi, \pi]$ za koje su i definisane: 1) $\overline{e^{-i\varphi}} = e^{-i\varphi}$
2) $e^{-i\varphi} = e^{i\varphi}$ 3) $e^{i(\arg z - \arg z^{-1})} = z^2 |z|^{-2}$ 4) $e^{i(\arg z + \arg z^{-1})} = 1$ 5) $1 = z\bar{z}|z|^{-2}$
6) $\arg z > 0 \Leftrightarrow \arg z - \arg(-z) = \pi$

- U skupu kompleksnih brojeva je: 1) $z\bar{z} = |z\bar{z}|$ 2) $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$ 3) $|z_1 z_2| = |z_2| |z_1|$
4) $R_e(z) = \frac{1}{2}(z - \bar{z})$ 5) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$ 6) $|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-3} = \bar{z}^3$ 7) $|z_1 - z_2| \geq |z_1| + |z_2|$
8) $z_1 |z_2| = z_2 |z_1| \Leftrightarrow \arg z_1 = \arg z_2$

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f: A \rightarrow B$ definisana sa $f(x) = 2 \arctg x$. Tada $A =$ _____, $f(\text{_____}) = \frac{\pi}{2}$, $f(\text{_____}) = 0$ i $B =$ _____. Funkcija $f: A \rightarrow B$ je:

1) surjektivna i neinjektivna 2) injektivna i nesurjektivna 3) ni injektivna ni surjektivna 4) bijektivna
5) $f^{-1}(x) =$ _____. Ako $f^{-1}: O \rightarrow S$, tada je _____ $O =$ _____, _____ $S =$ _____

- Za kompleksni broj $z = e^{i\frac{\pi}{3}} - e^{i\frac{\pi}{6}}$, naći:

$R_e(z) =$ _____, $I_m(z) =$ _____, $|z| =$ _____, $\arg(z) =$ _____, $\bar{z} =$ _____, $z^2 =$ _____.

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \searrow$ označava neopadajuću funkciju f :

$$\begin{aligned}
 |\{f|f: A \rightarrow B\}| &= ______ & |\{f|f: A \xrightarrow{1-1} B\}| &= ______ & |\{f|f: A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| &= ______ & |\{f|f: B \xrightarrow{na} B\}| &= ______ \\
 |\{f|f: B \rightarrow A\} \wedge f \nearrow| &= ______ & |\{f|f: A \xrightarrow{1-1} A\}| &= ______ & |\{f|f: B \rightarrow A \wedge f \searrow\}| &= ______ & |\{f|f: B \rightarrow A\}| &= ______
 \end{aligned}$$

- Neka su $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2x + 1$ i $g(x) = \sqrt[5]{x}$. Izračunati:
 1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$ 4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (\{0, 1\}, +, \cdot, ', 0, 1)$.
 1) $x = xy + xy'$ 2) $xx' = (x + 1)'$ 3) $xx = x + x$ 4) $xy = x + y$ 5) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
 6) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ 7) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$
 8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni a nisu polja: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
 3) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$
- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^3 + t^2 + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$
- $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(2 - i) = 0$. Zaokružiti tačno: 1) $x - 2 + i \mid f(x)$ 2) $x - 2 - i \mid f(x)$ 3) $x - e^i \mid f(x)$
 4) $x^2 + 4x + 5 \mid f(x)$; 5) $x + 2 + i \mid f(x)$ 6) $x^2 - 4x + 5 \mid f(x)$; 7) $x - e^{-i} \mid f(x)$
- Neka je $z = 1$, $u = 2i$ i $w = 2 + 3i$. Rotacijom tačke z oko tačke w za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka _____, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka _____, $\angle zwu =$ _____.
- Neka je $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $f_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 2)\}$, $f_2 = \{(1, 1), (2, 2)\}$, $f_3 = \{(1, 4), (2, 1)\}$, $f_4 = \{(1, 3), (2, 3)\}$ Popuniti sa **da** ili **ne** ili **-**.

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i: A \rightarrow B$	$f_i: B \rightarrow A$	$f_i: A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i: A \xrightarrow{na} B$	$f_i: A \xrightarrow{1-1}_{na} B$
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- Neka su 1, 2 i 4 **svi** koreni polinoma P koji je definisan sa $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ nad poljem $\mathbb{C}$. Odrediti koeficijent uz x^3 u polinomu $P(x)$: $a \in \{ \text{_____} \}$.

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 17

- Za relaciju $<$ u skupu celih brojeva $\mathbb{Z}$ zaokružiti ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R -refleksivnost, S -simetričnost, A -antisimetričnost, T -tranzitivnost: **R S A T F**
- Neka je f funkcija definisana sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$. Tada je:
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$.
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 1) $(a')' = a'$ 2) $a + a' = 0$ 3) $a \cdot 0 = 0$ 4) $1 + a = a$ 5) $(a + b)' = a' + b'$
- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koja su grupe:
 1) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 2) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 3) $(\mathbb{N}, +)$ 4) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 5) $(\mathbb{N}, \cdot)$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(P, +, \cdot)$:
 1) $a + bc = (a + b)(a + c)$ 2) $(P, +)$ je asocijativni grupoid 3) $(P, +)$ je asocijativni grupoid sa neutralnim elementom 4) operacija $+$ je komutativna 5) operacija $\cdot$ je komutativna
- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = -2 - 2i$ izračunati
 $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$
- Ako za polinome p i q važi $dg(p) = 5$ i $dg(q) = 2$, tada je $dg(p^2) =$ _____ i $dg(p + q) =$ _____.

- Da li je $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (3, 2), (5, 2), (5, 1), (5, 3), (5, 4), (4, 1), (3, 1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: DA NE, i ako jeste, nacrtati Haseov dijagram, odrediti minimalne: , maksimalne: , najveći: , najmanji: element.
- Neka je funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ definisana sa $f(x) = 2^x$. Tada je: 1) $f^{-1}(x) = x^2$, 2) $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$, 3) $f^{-1}(x) = \log_2 x$, 4) $f^{-1}(x) = 2^{-x}$, 5) $f^{-1}(x) = \frac{2}{x}$, 6) $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x^{-1}$, 7) $f^{-1}(x) = -\log_2 \frac{1}{x}$.
- Neka su $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 2x + 1$ i $g(x) = x^5$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$
4) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$ 5) $(f \circ g)^{-1}(x) =$
- Bijektivne funkcije su: 1) $f: \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^-$, $f(x) = -x^2$ 2) $f: [-1, 1] \rightarrow [-\pi, \pi]$, $f(x) = \arcsin x$
3) $f: [\frac{\pi}{2}, \pi] \rightarrow [-1, 0]$, $f(x) = \cos x$ 4) $f: [-3, 0] \rightarrow [-8, 1]$, $f(x) = 1 - x^2$
5) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x^7$
- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
1) $a + a' = (a \cdot a')' = 1$ 2) $(aa')' = 0'$ 3) $a + 1' = (a')'$ 4) $1 + a' = (1')'$ 5) $a + b = (a'b')'$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x = \sqrt[3]{-8}$ je $S = \{$ $\}$.
- Za kompleksni broj $z = e^{-i\frac{\pi}{2}} + e^{i\frac{\pi}{6}}$, naći:
 $Re(z^2) =$, $Im(z^2) =$, $|z| =$, $\arg(z) =$, $\bar{z} =$, $z^3 =$.
- Napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$ ako je $\sqrt[3]{-}$ kompleksni:
 $-2^{-2} =$, $(\sqrt[3]{1})^3 =$, $\sqrt[3]{1^3} \in \{$ $\}$, $-1 + i =$, $\frac{\pi}{3} \cdot (3i) =$ $\frac{\pi}{3}(-i) =$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 18

- Za relaciju ekvivalencije $\rho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3)\}$ particija $\mathcal{P}$ skupa $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ koja joj odgovara je $\mathcal{P} = \{$ $\}$
- Neka su funkcije $f, g: (-1, 0) \rightarrow (-1, 0)$ definisane sa $f(x) = -\sqrt{x+1}$ i $g(x) = x^2 - 1$. Tada je
 $f^{-1}(x) =$, $(f \circ g)(x) =$, $(f \circ g)^{-1}(x) =$, $g^{-1}(x) =$, $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- U svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ tačno je: 1) $ab = 1 \Rightarrow a = 1 \wedge b = 1$ 2) $(a')' = a \cdot 1$
3) $a + a' = 1'$ 4) $a \cdot 1' = a$ 5) $1 + a = 0'$ 6) $a + b = (a' + b')'$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koja su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 2) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 3) $(\mathbb{N}, +)$ 4) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 5) $(\{1, 0, -1\}, \cdot)$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(F, +, \cdot)$:
1) $a + bc = (a + b)(a + c)$ 2) $(F, \cdot)$ je grupa 3) $(F, +)$ je komutativna grupa 4) $(F \setminus \{0\}, +)$ je grupa
5) operacija $\cdot$ je komutativna
- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ i $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ izračunati: $|\frac{z_1}{z_2}| =$ $\arg \frac{z_1}{z_2} =$
 $z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $(\frac{z_1}{z_2})^3 =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$
- Ako za polinome p i q važi $p + q \neq 0$, $dg(p) = 2$ i $dg(q) = 2$, tada je
 $dg(p^2) \in \{$ $\}$, $dg(p + q) \in \{$ $\}$

- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija:
1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$ 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$
4) $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ 5) $f: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow (-\infty, \infty)$, $f(x) = \tan x$ 6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$

- Skup svih mogućih stepena nesvodljivih i svodljivih polinoma nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ je { }
- U prstenu polinoma, za svaki polinom p važi: 1) ako je p jednak proizvodu dva polinoma, tada je p svodljiv 2) ako je $p = 0$, tada je on svodljiv 3) ako je $p = 0$, tada je on nesvodljiv 4) ako je p svodljiv tada je $p \neq 0$ i $dg(p) \neq 0$ i p je jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0 5) ako je p jednak proizvodu dva polinoma stepena većeg od 0, tada je p svodljiv
- Neka su $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{2, 3, 4\}$ i neka je $f_1 = \{(1, 3), (2, 4)\}$, $f_2 = \{(1, 3), (3, 4), (2, 3)\}$, $f_3 = \{(3, 3), (2, 2), (1, 4)\}$, $f_4 = \{(3, 3), (2, 3), (1, 3)\}$. Popuniti obavezno sa **da** ili **ne**:

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i : A \rightarrow B$	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{na} B$	$f : A \xrightarrow{1-1}_{na} B$	f_i je rastuća funkcija
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija:
 $|\{f|f : A \rightarrow B\}| = ______$ $|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = ______$ $|\{f|f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = ______$ $|\{f|f : B \xrightarrow{na} B\}| = ______$
 $|\{f|f : B \rightarrow A\}| = ______$ $|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} A\}| = ______$ $|\{f|f : B \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = ______$ $|\{f|f : A \xrightarrow{na} A\}| = ______$
- Neka je f funkcija definisana sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & c & b \end{pmatrix}$. Tada je
 $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$, $g = f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$, $h = g \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$
a) $(\{f, g, h\}, \circ)$ je grupoid; b) $(\{f, g, h\}, \circ)$ je asocijativan grupoid; c) $(\{f, g, h\}, \circ)$ je komutativan grupoid; d) $(\{f, g, h\}, \circ)$ je asocijativan grupoid sa neutralnim elementom; e) $(\{f, g, h\}, \circ)$ je grupa.
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x = \sqrt[3]{-4}$ je $S = \{ \}$.
- Za kompleksni broj $z = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$, naći:
 $Re(z^2) = ______$, $Im(z^2) = ______$, $|z| = ______$, $\arg(z) = ______$, $\bar{z} = ______$, $z^3 = ______$.
- Napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$ ako je $\sqrt[3]{-}$ kompleksni:
 $-2^{-2} = ______$, $(\sqrt[3]{1})^3 = ______$, $\sqrt[3]{1^3} \in \{ \}$, $-1 + i = ______$, $\frac{\pi}{3} \cdot (3i) = ______$, $\frac{\pi}{3}(-i) = ______$

KOLOKVIJUM 1, PRIMER 19

- Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x$ je: 1) surjektivna ali ne injektivna 2) injektivna ali ne surjektivna 3) niti injektivna niti surjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 1)^9$ je: 1) surjektivna ali ne injektivna 2) injektivna ali ne surjektivna 3) niti injektivna niti surjektivna 4) bijektivna
- U Bulovoj algebri su tačna tvrđenja
1) $a + ab = a \cdot 1'$ 2) $1 + 1 = 1$ 3) $1 \cdot 0' = 1$ 4) $a + b = (a'b')'$ 5) $a' \cdot b' = (a' + b')'$
- Od sledećih struktura, grupe su
1) $(\mathbb{Z}, +)$ 2) $(\{-1, 0, 1\}, +)$ 3) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_6 \setminus \{0\}, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$ 6) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$
- Neka su $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$ i $g : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{x}$ i $g(x) = -\sqrt{-x}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) = ______$ 2) $g^{-1}(x) = ______$ 3) $(f \circ g)(x) = ______$
4) $(g \circ f)(x) = ______$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) = ______$ 6) $(f \circ g)^{-1}(x) = ______$
- U Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ tačna su tvrđenja
1) $a + a' = (a \cdot a')' = 1$ 2) $(aa')' = 0'$ 3) $a + 1' = (a')'$ 4) $1 + a' = (1')'$ 5) $a + b = (a'b')'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x = \sqrt[4]{1}$ je $S = \{ \quad \}$.
- Za kompleksni broj $z = \pi$, naći:
 $Re(z^2) = \quad$, $Im(z^2) = \quad$, $|z| = \quad$, $\arg(z) = \quad$, $\bar{z} = \quad$, $z^3 = \quad$.
- Za nenula polinome $p(x) = a^2x^2 + b$ i $q(x) = c^2x^2 + dx$ je
 $dg(p) \in \{ \quad \}$, $dg(p \cdot q) \in \{ \quad \}$ $dg(p + q) \in \{ \quad \}$

- Neka su funkcije $f, g : (-1, 0) \rightarrow (-1, 0)$ definisane sa $f(x) = -\sqrt{x+1}$ i $g(x) = x^2 - 1$. Tada je
 $f^{-1}(x) =$, $(f \circ g)(x) =$, $(f \circ g)^{-1}(x) =$, $g^{-1}(x) =$, $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$
- Broj n relacija skupa $A = \{1, 2, 3\}$ koje su refleksivne, simetrične, antisimetrične, tranzitivne i funkcije je
 $n =$
- Zaokružiti brojeve ispred injektivnih funkcija: **1)** $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$
2) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$ **3)** $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - x$ **4)** $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$
5) $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ **6)** $f : (0, \pi) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \rightarrow (-\infty, \infty)$, $f(x) = \operatorname{tg} x$
7) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$

- Ispitati da li relacija „deli” skupa $A = \{1, 2, 3, 6, 12, 18\}$ jeste relacija poretka: DA NE (zaokruži), i ako jeste, nacrtati Haseov dijagram, i napisati
 - minimalne el. { }
 - maksimalne el. { }
 - najveći el. { }
 - najmanji el. { }

- 40

- Neka je $g : [-1, 0) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{4 - 4x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $g^{-1} : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A = \underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$ definisana sa $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Tada je: **a)** $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
- Napisati 4 beskonačna prstena:
- U polju $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$, skup rešenja po $x \in \mathbb{Z}_5$ jednačine $x^2 + 1 = 0$ je $\{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
- Ako je $z \neq 0$ tada je: **1)** $ze^{-2i \arg z} = \bar{z}$ **2)** $\arg z = \arg \bar{z}$ **3)** $|z| = |\bar{z}|$ **4)** $z|z|^{-2} = \bar{z}^{-1}$ **5)** $|\arg z| = |\arg \bar{z}|$
- $\arg(e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $|e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $Re(e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $Im(e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Zaokružiti polja nad kojima je polinom $t^2 + 1$ **nesvodljiv**: $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$
- Skup svih mogućih stepena nesvodljivih polinoma nad poljem kompleksnih brojeva $\mathbb{C}$ je $\{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
- Neka su $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{2, 3, 4\}$ i neka je $f_1 = \{(1, 3), (2, 4)\}$, $f_2 = \{(1, 3), (3, 4), (2, 3)\}$, $f_3 = \{(3, 3), (2, 2), (1, 4)\}$, $f_4 = \{(3, 3), (2, 3), (1, 3)\}$. Popuniti obavezno sa **da** ili **ne**:

$\backslash$	f_i je funkcija	$f_i : A \rightarrow B$	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{na} B$	$f_i : A \xrightarrow[na]{1-1} B$	f_i je rastuća funkcija
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

- Neka je $A = \{1\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija:
 $|\{f|f : A \rightarrow B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$ $|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$ $|\{f|f : A \rightarrow B \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{2cm}}$ $|\{f|f : B \xrightarrow{na} B\}| = \underline{\hspace{2cm}}$
 $|\{f|f : B \rightarrow A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$ $|\{f|f : A \xrightarrow{1-1} A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$ $|\{f|f : B \rightarrow A \wedge f \nearrow\}| = \underline{\hspace{2cm}}$ $|\{f|f : A \xrightarrow{na} A\}| = \underline{\hspace{2cm}}$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x = \sqrt[4]{0}$ je $S = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$.
- Za kompleksni broj $z = 1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$, naći:
 $Re(z^2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $Im(z^2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$, $\arg(z) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{z} = \underline{\hspace{2cm}}$, $z^3 = \underline{\hspace{2cm}}$
- Napisati u eksponencijalnom obliku, odnosno obliku $\rho e^{i\varphi}$, $\rho \in [0, \infty)$, $\varphi \in (-\pi, \pi]$ ako je $\sqrt[3]{\hspace{1cm}}$ kompleksni:
 $-2^3 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(\sqrt[3]{1})^3 = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt[3]{1^3} \in \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$, $-2 - 2i = \underline{\hspace{2cm}}$, $\pi \cdot i = \underline{\hspace{2cm}}$, $-\pi \cdot i = \underline{\hspace{2cm}}$

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 1

- Za ravan $\alpha: -x = 2^2$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad, \quad, \quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad, \quad, \quad)$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina $x - y = 1 \wedge x - y = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (-1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (2, 2, -1)$ izračunati: 1) $|\vec{a}| =$ 2) $|\vec{b}| =$
3) $\vec{a} - 2\vec{b} =$ 4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ 5) $\vec{a} \times \vec{b} =$ 6) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) =$
- Koje od sledećih uređenih n -torki su generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$: 1) $((0, 0, -1), (0, 4, 0), (9, 0, 0))$
2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$ 3) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$ 4) $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$

• $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = (2x, x, x)$, $g(x, y, z) = (x, x, 0)$ $h(x, y) = x$ i $s(x, y, z) = x + y + z$ su:

$M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
 $ax - ay = a$
 $x - y = a$ 1) kontradiktoran: 2) određen: 3) 1 puta neodređen: 4) 2 puta neodređen:
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AB}$ i $\vec{b} = \vec{BC}$. $\vec{PQ} =$
- Izraziti vektor $\vec{x} = (4, 4, 4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
 $\vec{x} =$
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:
1) uvek zavisna 2) nikad baza, 3) može ali ne mora da bude generatorna.
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisan a nekad zavisna.
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.
- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
1) $|\det(A)| = \lambda |\det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(A')$ 3) $A \cdot A' = I$ 4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$
- Koje od tvrdjenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ :
1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ 2) $(B + C)A = BA + CA$ 3) $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
4) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ 5) $(AB)^2 = A^2B^2$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$
7) $A(B + C) = BA + CA$ 8) $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \perp \vec{x}$ **b)** $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{a}$ **c)** $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \parallel \vec{x}$ **d)** $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{a}$ **e)** ništa od prethodnog
- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + 2c)$ je:
a) uvek zavisna **b)** uvek nezavisna **c)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$ **10)** $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor **različit** od nule. Funkcija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ je:
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** surjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam
- Za svaku linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$
2) $f(0) = 0$ **3)** $f(2xy) = f(x)f(2y)$ **4)** $f(xy) = x f(y)$ **5)** $f(x) = ax + 1$ za neko $a \in \mathbb{R}$
6) $f(2\lambda + v) = 2f(\lambda) + f(v)$
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_1, x_1)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}_i, \vec{x}_i, \vec{x}_i)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** surjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\det: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1}_{na} \mathbb{R}$ **5)** $\det$ je linearna
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2, 3)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ **3)** $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$
5) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$
- Ako je $f(0) = 0$, tada f : **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako preslikava vektorski prostor u vektorski prostor
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = k$. Tada je
1) $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A , $|\overrightarrow{AB}| = 2$. Odrediti $\vec{r}_B$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$ i $\vec{a}$, ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_B =$
- Neka je k -torka vektora $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ nezavisna i neka je $(d_1, d_2, \dots, d_\ell)$ zavisna ℓ -torka vektora. Tada je: **1)** $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju: **1)** $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0\}$, **dim** $U =$ _____
2) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + x^2 = 0\}$ **dim** $U =$ _____
3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ **dim** $U =$ _____
4) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z + 0\}$ **dim** $U =$ _____
- Neka je $a = (0, 2, 2)$, $b = (0, -3, 3)$, $c = (0, 1, -1)$, $d = (0, -1, 1)$, $e = (1, 0, 0)$, $f = (0, 1, 0)$, $g = (0, 1, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
1) $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V) =$ _____ **2)** $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
3) $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V) =$ _____ **4)** $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
5) $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V) =$ _____ **6)** $V = L(a, g) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
7) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V) =$ _____

- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i} + \vec{j}$ i na vektor $\vec{k}$.
 $\vec{n} =$
- Ako je A kvadratna matrica reda n , tada je: 1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$
2) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq n - 1$, 3) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = n$ 4) $\text{rang } A = n \Rightarrow \det A \neq 0$,
5) $\text{rang } A = n \Leftrightarrow \det A \neq 0$, 6) $\text{rang } A = n \Leftrightarrow \exists A^{-1}$
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{12}, \dots, a_{n2})$, ..., $\mathbf{a}_n = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a}_i^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a}_i$ sa samim sobom. Tada je: 1) $\mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
2) $\dim V = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 0$ 3) $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$ 4) $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
5) $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$ 6) $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ i $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ su uvek oblika:
 f g h
- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da je: 1) surjektivna
2) injektivna 3) bijektivna 4) izomorfizam 5) ništa od prethodnog
- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ za koju važi da je: 1) injektivna
2) surjektivna 3) bijektivna 4) izomorfizam 5) ništa od prethodnog.
- Za svaki vektorski prostor V i svaku surjektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f : 1) injektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog.
- Za svaki vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f : 1) surjektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog
- Za svaki izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: 1) f je injektivna 2) postoji A^{-1}
3) $n = m$ 4) f je surjektivna 5) f je bijektivna 6) A je regularna 7) $\det A \neq 0$ 8) ništa od prethodnog
- Za svaki vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V . Zakruži tačan odgovor DA NE

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 2

- Neka tačke $P(1, 0, 0)$, $Q(0, 1, 0)$ i $R(0, 0, 1)$ pripadaju ravni α . Tada je
 $\overrightarrow{PQ} = (\quad, \quad, \quad)$ i $\overrightarrow{PR} = (\quad, \quad, \quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$.
Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{P, Q, R\}$, $M(\quad, \quad, \quad)$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina $x - y = 1 \wedge ax - y = 1$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (-1, 0, 1)$ izračunati: 1) $|\vec{a}| =$ 2) $|\vec{b}| =$
3) $\vec{a} - 2\vec{b} =$ 4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ 5) $\vec{a} \times \vec{b} =$ 6) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) =$
- Koje od sledećih uređenih n -torki nisu generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$:
1) $((0, 0, -1), (0, 4, 0), (9, 0, 0))$ 2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$ 3) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$
4) $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$
- $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Matrice linearnih transformacija $f(x, y) = (2x, x, y)$, $g(x, y, z) = (x, z)$, $h(x, y) = (x, y)$ i $s(x, y, z) = z$ su:
 $M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_s =$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
 $ax + y = a - 4$
 $-x + ay = a + 9$
 - 1) kontradiktoran: _____
 - 2) određen: _____
 - 3) 1 puta neodređen: _____
 - 4) 2 puta neodređen: _____
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{PQ} =$
- Napisati $\vec{x} = (1, 2, 3)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (0, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$: $\vec{x} =$
- Naći vektor položaja projekcije A' tačke $A(1, 2, 3)$ na pravu p određenu sa $x = 8 \wedge z = 9$: $\vec{r}_{A'} =$
- Naći vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T , prodora prave $p: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$ kroz ravan $\alpha: x + y + z = 0$.
 $\vec{r}_T =$
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A, B, C reda 3 i svaki skalar λ :
1) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ **2)** $(B+C)A = BA + CA$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
4) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ **5)** $(AB)^2 = A^2B^2$ **6)** $\text{rang}(AB) = \text{rang}(BA)$
7) $A(B+C) = BA + CA$ **8)** $A(BC) = (AB)C$
- Neka su a, b i c proizvoljni **zavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b+c, b+c, b-c)$ je:
1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c proizvoljni **nezavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+c, a+b, -a+c-2b)$ je:
1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c .
- Ako su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **kolinearni**, tada važi: **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **5)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R})(\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$ **10)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
- Ako su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ **nekomplanarni** tada važi:
1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha \vec{b} + \beta \vec{c}$
7) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** surjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3, 5)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ **3)** $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$
5) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2, 3\}$
- Ako je $f(0) = 0$, tada f : **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste linearna transformacija ako preslikava vektorski prostor u vektorski prostor

- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = k$. Tada je
 1) $m \leq k \leq n$ 2) $n \leq k \leq m$ 3) $n \leq m \leq k$ 4) $k \leq m \leq n$ 5) $k \leq n \leq m$ 6) $m \leq n \leq k$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1, 2, 4)$, $|\vec{AB}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_B$ ako je $\vec{a} = (1, 2, 2)$ i ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\vec{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\vec{AB}$. $\vec{r}_B =$
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 1\}$, $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z + 0\}$ $\dim U =$ _____
- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
 - $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
 - $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
 - $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
 - $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
 - $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
 - $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V) =$ _____
- Ako je A kvadratna matrica reda n , tada je:
 - $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$
 - $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq n - 1$, 3) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = n$ 4) $\text{rang } A = n \Rightarrow \det A \neq 0$,
 - $\text{rang } A = n \Leftrightarrow \det A \neq 0$, 6) $\text{rang } A = n \Leftrightarrow \exists A^{-1}$.
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{12}, \dots, a_{n2})$, ..., $\mathbf{a}_n = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n \mid \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a}_i^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a}_i$ sa samim sobom. Tada je:
 - $\mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
 - $\dim V = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 0$ 3) $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$ 4) $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
 - $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$ 6) $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ i $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ su uvek oblika:

f	g	h
-----	-----	-----
- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da je:

1) surjektivna		
2) injektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam
5) ništa od prethodnog		
- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ za koju važi da je:

1) injektivna		
2) surjektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam
5) ništa od prethodnog		
- Za svaki vektorski prostor V i svaku surjektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f :
 - injektivna
 - bijektivna
 - izomorfizam
 - ništa od prethodnog.
- Za svaki vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f :
 - surjektivna
 - bijektivna
 - izomorfizam
 - ništa od prethodnog
- Za svaki izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi:
 - f je injektivna
 - postoji A^{-1}
 - $n = m$
 - f je surjektivna
 - f je bijektivna
 - A je regularna
 - $\det A \neq 0$
 - ništa od prethodnog
- Za svaki vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V . Zakruži tačan odgovor DA NE

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 3

- Neka tačke $P(0, 0, 0)$ i $Q(0, 1, 0)$ pripadaju ravni α koja je paralelna sa vektorom $(1, 1, 1)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na ravan α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada jednačina $Ax + By + Cz + D = 0$ jeste jednačina ravni α . ($\forall t, s \in \mathbb{R}$) $M(t, s, t) \in \alpha$. DA NE

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina $ax - ay = a \wedge -2ax + 2ay = -2a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (-1, 0, 0)$ i $\vec{b} = (-1, 0, 1)$ izračunati: 1) $|\vec{a}| =$ 2) $|\vec{b}| =$
3) $\vec{a} - 2\vec{b} =$ 4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ 5) $\vec{a} \times \vec{b} =$ 6) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) =$
- Koje su od sledećih uređenih n -torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: 1) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$
2) $((1, 0, 0), (0, 2, 0))$ 3) $((1, 3, 2), (1, 1, 0), (3, 0, 4), (1, 2, 3))$ 4) $((1, 0, 0), (2, 0, 0), (3, 0, 0))$
- $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Matrica linearne transformacije $f(x, y) = (2y, x - y, 3x + y)$ je:
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
 * * * * *
- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
 $ax + ay = a$
 $-x + ay = a$
 1) kontradiktoran: 2) određen: 3) 1 puta neodređen: 4) 2 puta neodređen:
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AC i BP . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{AQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AB}$ i $\vec{b} = \vec{BC}$. $\vec{AQ} =$
- Napisati $\vec{x} = (0, -2, -1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (0, -1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$:
 $\vec{x} =$
- Naći vektor položaja projekcije A' tačke $A(1, 1, -1)$ na ravan $x + y + z = 0$: $\vec{r}_{A'} =$
- Naći vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T , prodora prave $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ kroz ravan $\alpha: x + 2y - z = 0$.
 $\vec{r}_T =$
- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ je: , a karakteristični koreni λ su
 $\lambda \in \{ \}$
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A, B, C reda $\mathbf{1}$ i svaki skalar λ :
 1) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ 2) $(B + C)A = BA + CA$ 3) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
 4) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ 5) $(AB)^2 = A^2B^2$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(BA)$
 7) $A(B + C) = BA + CA$ 8) $A(BC) = (AB)C$
- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
 1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c proizvoljni nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, b + c)$ je:
 1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c .
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su nekolinearni ako i samo ako: 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$
 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$
 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su nezavisni 7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$ 8) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 9) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$
 10) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **komplanarni ako i samo ako**:

$$1) \text{ rang } \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2 \quad 2) \text{ rang } \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3 \quad 3) \text{ rang } \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$$

$$4) \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad 5) \vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \quad 6) (\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$$

$$7) \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0 \quad 8) (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ je zavisna.}$$

- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3, -x_1 - x_2 - 2x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$

- 1) linearna transformacija
- 2) injektivna
- 3) surjektivna
- 4) bijektivna
- 5) izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1, 1)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:

$$1) \text{ rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R} \quad 2) \text{ rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \quad 3) \text{ rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\} \quad 4) \text{ rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$$

$$5) \text{ rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{nq} \{0, 1\}$$

- $(\forall x \in \mathbb{R}^5) f(x) = 0$, tada $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}$: 1) jeste linearna transformacija 2) nije linearna transformacija 3) može a ne mora biti linearna transformacija 4) jeste injektivna 5) jeste surjektivna 6) jeste izomorfizam

- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ zavisna, a $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = k$. Tada je moguće

$$1) m \leq k \leq n \quad 2) n \leq k \leq m \quad 3) n \leq m \leq k \quad 4) k \leq m \leq n \quad 5) k \leq n \leq m \quad 6) m \leq n \leq k$$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1, 1, 1)$, $|\vec{AB}| = 3$ i $|\vec{BC}| = 9$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{a} = (1, 2, 2)$, $\vec{b} = (1, 4, 8)$ i ako su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ istog pravca i smera redom kao i vektori $\vec{AB}$ i $\vec{BC}$. $\vec{r}_C =$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:

$$1) U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = y\}, \quad \dim U = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2) U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 + y^4 = 0\} \quad \dim U = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3) U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = x\} \quad \dim U = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4) U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = y\} \quad \dim U = \underline{\hspace{2cm}}$$

- Ako je $f: V \rightarrow V$ homomorfizam prostora V u samog sebe, tada je: 1) f mora biti izomorfizam

$$2) \dim(V) = \dim(f(V)) \quad 3) f(0) = 0 \text{ (gde je } 0 \text{ nula-vektor prostora } V)$$

$$4) \text{ za svaku nezavisnu } n\text{-torku vektora } (v_1, \dots, v_n) \text{ iz } V, n\text{-torka } (f(v_1), \dots, f(v_n)) \text{ je nezavisna u } V$$

$$5) \text{ za svaku zavisnu } n\text{-torku vektora } (v_1, \dots, v_n) \text{ iz } V, n\text{-torka } (f(v_1), \dots, f(v_n)) \text{ je zavisna u } V$$

- Ako je A kvadratna matrica reda 5, tada je: 1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$

$$2) \det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 4, \quad 3) \det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 5 \quad 4) \text{rang } A = 5 \Rightarrow \det A \neq 0,$$

$$5) \text{rang } A = 5 \Leftarrow \det A \neq 0, \quad 6) \text{rang } A = 5 \Leftarrow \exists A^{-1}.$$

- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{12}, \dots, a_{n2})$, ..., $\mathbf{a}_n = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{\alpha_1\mathbf{a}_1 + \alpha_2\mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n\mathbf{a}_n \mid \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a}_i^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a}_i$ sa samim sobom. Tada je: 1) $\mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$

$$2) \dim V = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 0 \quad 3) \dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \quad 4) \dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$$

$$5) \text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \quad 6) \text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$$

- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ i $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ su uvek oblika:

$$f \qquad \qquad \qquad g \qquad \qquad \qquad h$$

- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ za koju važi da je: 1) surjektivna

$$2) \text{ injektivna} \quad 3) \text{ bijektivna} \quad 4) \text{ izomorfizam}$$

$$5) \text{ ništa od prethodnog}$$

- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ za koju važi da je:

$$2) \text{ surjektivna} \quad 3) \text{ bijektivna} \quad 4) \text{ izomorfizam}$$

$$1) \text{ injektivna} \quad 5) \text{ ništa od prethodnog.}$$

- Za vektorski prostor $\mathbb{R}^5$ i svaku surjektivnu linearnu transformaciju $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$ sledi da je transformacija f :
 1) injektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog.
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je f :
 1) surjektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog
- Za **svaki** izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: 1) f je injektivna 2) postoji A^{-1}
 3) $n = m$ 4) f je surjektivna 5) f je bijektivna 6) A je regularna 7) $\det A \neq 0$ 8) ništa od prethodnog
- Za **svaki** vektorski prostor $\mathbb{R}^n$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $\mathbb{R}^n$. Zaokruži tačan odgovor DA NE
- Ako je A regularna kvadratna matrica i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, tada važi: 1) $(\alpha A)^{-1} = \frac{1}{\alpha} A^{-1}$ 2) $(\alpha A)^{-1} = \alpha A^{-1}$
 3) $(\alpha A)^{-1} = \alpha \frac{1}{\det A} A^{-1}$ 4) $(\alpha A)^{-1} = A^{-1} \alpha$ 5) $(\alpha A)^{-1} = A^{-1} \alpha^{-1}$ 6) $(\alpha A)^{-1} = \alpha^{-1} A^{-1}$

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 4

- Neka tačke $P(0, 0, 0)$ i $Q(1, 1, 1)$ pripadaju ravni α koja je paralelna sa vektorom $(1, 1, -1)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na ravan α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada jednačina $Ax + By + Cz + D = 0$ jeste jednačina ravni α . ($\forall t, s \in \mathbb{R}$) $M(t, s, t) \in \alpha$. DA NE
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax - ay = a \wedge ax + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je:
 1) dvostruko neodređen: 2) jednostruko neodređen: 3) određen: 4) kontradiktoran:
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 9 & -8 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su linearno NEZAVISNE u vektorskom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((0, 1, 0))$ 2) $((1, 2, 0), (1, 1, 0), (2, -1, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$
 4) $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$
 7) $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$ 8) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (2x, 3x)$ i $g, h, r, s: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$,
 $g(x, y, z) = (y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (z, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, z - x - y)$,
 $p(x, y, z) = (0, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$$M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_r = \quad M_s = \quad M_p =$$

- Za vektore $\vec{a} = (1, 1, -3)$ i $\vec{b} = (-3, -3, 9)$ važi: 1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 2) $\vec{a} \perp \vec{b}$ 3) $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ 4) $\vec{a} \nperp \vec{b}$
- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala. Tada u zavisnosti od $\vec{r}_D$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektor položaja tačke C : $\vec{r}_C =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcl} x + ay & = & a \\ -x + ay & = & a \end{array}$$
 - 1) kontradiktoran: _____
 - 2) određen: _____
 - 3) 1 puta neodređen: _____
 - 4) 2 puta neodređen: _____
- Ako je A regularna kvadratna matrica i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, tada važi: **1)** $(\alpha A)^{-1} = \frac{1}{\alpha} A^{-1}$ **2)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha A^{-1}$
3) $(\alpha A)^{-1} = \alpha \frac{1}{\det A} A^{-1}$ **4)** $(\alpha A)^{-1} = A^{-1} \alpha$ **5)** $(\alpha A)^{-1} = A^{-1} \alpha^{-1}$ **6)** $(\alpha A)^{-1} = \alpha^{-1} A^{-1}$
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AC i BP . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{AQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{BD}$ i $\vec{b} = \vec{BC}$. $\vec{AQ} =$
- Napisati $\vec{x} = (4, 1, 4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (0, -1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$: $\vec{x} =$
- Naći vektor položaja projekcije A' tačke $A(1, 1, -1)$ na ravan $x + y + 2z = 0$: $\vec{r}_{A'} =$
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? **1)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
- Da li je $|(\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{a}) \times (\vec{a}\vec{b} - \vec{b}\vec{a})| = |\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{a}| \cdot |\vec{a}\vec{b} - \vec{b}\vec{a}|$? **DA** **NE** (Napomena $|\vec{a}| = a$ i $|\vec{b}| = b$)
- Za vektorski prostor $\mathbb{R}^5$ i svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$ sledi da je transformacija f :
1) injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je f :
1) sirjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog
- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ nekolinearni vektori, da li je $|(\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{a}) \times (\vec{a}\vec{b} - \vec{b}\vec{a})| = |\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{a}| \cdot |\vec{a}\vec{b} - \vec{b}\vec{a}|$? **DA** **NE**
(Napomena $|\vec{a}| = a$ i $|\vec{b}| = b$)
- Za koje vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ navedene funkcija je linearne transformacija i ako jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (x \sin(a + b) - y - z, y)$ _____
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako : **1)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ **4)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$ **5)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ **6)** $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su nezavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$ **8)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **9)** $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$ **10)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su nekomplanarni ako i samo ako: **1)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ **3)** $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha \vec{b} + \beta \vec{c}$
7) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3, -x_1 - x_2 - x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam
- $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = 0$, tada $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^5$: **1)** jeste linearna transformacija **2)** nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija **4)** jeste injektivna **5)** jeste sirjektivna **6)** jeste izomorfizam
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_m)$ zavisna, a $(c_1, c_2, \dots, c_k)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = n$. Tada je moguće
1) $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1, 1, 1)$, $|\vec{AB}| = 3$ i $|\vec{BC}| = 9$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{a} = (1, 2, 2)$, $\vec{b} = (1, 4, 8)$ i ako su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ istog pravca i suprotnog smera redom sa vektorima $\vec{AB}$ i $\vec{BC}$.
 $\vec{r}_C =$
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = y + x\}$, $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 4\}$ $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = 1\}$ $\dim U =$ _____
- Ako je $f: V \rightarrow V$ izomorfizam prostora V u samog sebe, tada je:
 - f mora biti homomorfizam
 - $\dim(V) = \dim(f(V))$
 - $f(0) = 0$ (gde je 0 nula-vektor prostora V)
 - za svaku nezavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je nezavisna u V
 - za svaku zavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je zavisna u V
- Ako je A kvadratna matrica reda 4, tada je:
 - $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$
 - $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 3$
 - $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 4$
 - $\text{rang } A = 4 \Rightarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 4 \Leftarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 4 \Leftarrow \exists A^{-1}$.
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ i $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ su uvek oblika:

f	g	h
-----	-----	-----
- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ za koju važi da je:

1) surjektivna			
2) injektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam	5) ništa od prethodnog
- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ za koju važi da je:

1) injektivna			
2) surjektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam	5) ništa od prethodnog
- Za neki izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ i njegovu matricu A važi:
 - f je injektivna
 - postoji A^{-1}
 - f je surjektivna
 - f je bijektivna
 - A je regularna
 - $\det A \neq 0$
 - ništa od prethodnog
- Za svaki vektorski prostor $\mathbb{R}^n$ postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru $\mathbb{R}^n$. Zaokruži tačan odgovor DA NE

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 5

- Neka tačke $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 0, 1)$ i $R(0, 1, 1)$ pripadaju ravni α . Napisati bar jedan jedinični vektor $\vec{n}$ normalan na α i jedan vektor $\vec{m}$ paralelan sa α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$, $\vec{m} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati koordinate tačke $M \in \alpha$ ravni α koja je najbliža koordinatnom početku. $M(\quad, \quad, \quad)$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina $x - y = 1 \wedge ax - y + z = 1$ nad poljem realnih brojeva je:
 - neodređen:
 - određen:
 - kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (8, 1, 4)$ i $\vec{b} = (1, 2, 2)$ izračunati:
 - $|\vec{a}| =$ _____
 - $|\vec{b}| =$ _____
 - $2\vec{a} - \vec{b} =$ _____
 - $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____
 - $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____
 - $\sin \angle(\vec{a}, \vec{b}) =$ _____
- Koje od sledećih uređenih n -torki jesu generatorne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$:
 - $((0, 0, -1), (0, 4, 0), (9, 0, 0))$
 - $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$
 - $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$
 - $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$

$$\begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 9 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = (2x, x, x)$, $g(x, y, z) = x$, $h(x, y) = (y, y)$ i $s(x, y, z) = z + x$ su:

$$M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_s =$$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
 $ax + ay = a$
 $ax + ay = a$
 - 1) kontradiktoran: _____
 - 2) određen: _____
 - 3) jednostruko neodređen: _____
 - 4) dvostruko neodređen: _____
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AC}$ i $\vec{b} = \vec{AB}$. $\vec{PQ} =$
- Napisati $\vec{x} = (1, 0, 1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (0, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$:
 $\vec{x} =$
- Koordinate projekcije A' tačke $A(9, a, 4)$ na pravu određenu sa $x = 3 \wedge z = 2$ za svako $a \in \mathbb{R}$ su:
 $A'(\quad, \quad, \quad)$
- Vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke prodora prave $p: \vec{r} = \vec{r}_s + t\vec{a}$ kroz ravan $\alpha: \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_R$ je $\vec{r}_T =$
- Projekcija vektora $\vec{x}$ na ravan $\alpha: \vec{n}\vec{r} = 0$ je: $\text{pr}_{\alpha, \vec{x}}(\vec{x}) =$
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$? a) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$
- Koje od tvrdjenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ :
 - 1) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
 - 2) $(B + C)A = AB + CA$
 - 3) $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
 - 4) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$
 - 5) $(AB)^2 = A^2B^2$
 - 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(BA)$
 - 7) $A(B - C) = BA - CA$
 - 8) $A(BC) = (BA)C$
- Neka su a, b i c proizvoljni **zavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(2a + b + 3c, a - 2b + c, b - 5c)$ je:
 - 1) uvek zavisna
 - 2) uvek nezavisna
 - 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c proizvoljni **nezavisni** vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, -a + 2c)$ je:
 - 1) uvek zavisna
 - 2) uvek nezavisna
 - 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora a, b, c .
- Ako su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **nekolinearni**, tada važi:
 - 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$
 - 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$
 - 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
 - 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$
 - 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
 - 7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$
 - 8) $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 - 9) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$
 - 10) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **komplanarni** ako je:
 - 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
 - 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
 - 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$
 - 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha \vec{b} + \beta \vec{c}$
 - 7) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \neq 0$
 - 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_3, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(2, 5)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2, 3\}$
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = m$. Tada je
 - $m \leq k \leq n$
 - $n \leq k \leq m$
 - $n \leq m \leq k$
 - $k \leq m \leq n$
 - $k \leq n \leq m$
 - $m \leq n \leq k$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1, 2, 4)$, $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{AB} \parallel \vec{a} = (1, 2, 2)$, $\vec{BC} \parallel \vec{b} = (-2, 1, 2)$ i ako su smerovi vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ suprotni smerovima redom vektora $\vec{AB}$ i $\vec{BC}$.
 $\vec{r}_C =$
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0\}$, $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 1 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = x\}$ $\dim U =$ _____
- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
 - $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 0$
 - $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 4$
 - $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 5$
 - $\text{rang } A = 5 \Rightarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 5 \Leftrightarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 5 \Leftrightarrow \exists A^{-1}$
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{12}, \dots, a_{n2})$, $\dots$, $\mathbf{a}_n = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n \mid \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a}_i^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a}_i$ sa samim sobom. Tada je:
 - $\mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
 - $\dim V = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \neq 0$
 - $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$
 - $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 \neq 0$
 - $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$
 - $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 \neq 0$
- Postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da je:
 - 1) surjektivna
 - 2) injektivna
 - 3) bijektivna
 - 4) izomorfizam
 - 5) ništa od prethodnog
- Postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ za koju važi da je:
 - 1) injektivna
 - 2) surjektivna
 - 3) bijektivna
 - 4) izomorfizam
 - 5) ništa od prethodnog
- Za svaku surjektivnu linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sledi da je transformacija f :
 - 1) injektivna
 - 2) bijektivna
 - 3) izomorfizam
 - 4) ništa od prethodnog
- Za svaku injektivnu linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sledi da je transformacija f :
 - 1) surjektivna
 - 2) bijektivna
 - 3) izomorfizam
 - 4) ništa od prethodnog
- Za svaki izomorfizam $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi:
 - 1) f je injektivna
 - 2) postoji A^{-1}
 - 3) $n = m$
 - 4) f je surjektivna
 - 5) f je bijektivna
 - 6) A je regularna
 - 7) $\det A \neq 0$
 - 8) ništa od prethodnog
- Za svaki konačno dimenzioni vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V . Zakruži tačan odgovor DA NE
- Neka je $a = (2, 2, 0)$, $b = (-3, 3, 0)$, $c = (1, -1, 0)$, $d = (-1, 1, 0)$, $e = (0, 0, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 2, 0)$. Zaokružiti broj koji je dimenzija potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
 - 1) $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
 - 2) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
 - 3) $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
 - 4) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
 - 5) $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
 - 6) $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
 - 7) $V = L(a, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ :
 1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $(B + C)A = BA + CA$ 3) $(AB)^2 = A^2B^2$ 4) $A - B = B - A$
 5) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ 7) $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$
 8) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
- Neka su a, n, x matrice kolone istog formata nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $(n^T x)a = (an^T)x$
 2) $(n^T a)x = (xn^T)a$ 3) $n^T a = a^T n$ 4) $na = an$ 5) $(n^T x)a = n^T(xa)$ 6) $a^T n = 0 \Rightarrow a \perp n$
 Napomena $[\lambda] \cdot A \stackrel{\text{def}}{=} \lambda A$, za svaku matricu A .

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 6

- Za ravan $\alpha : z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate neke njene tri različite nekolinearne tačke $A(\quad , \quad , \quad)$, $B(\quad , \quad , \quad)$, $C(\quad , \quad , \quad)$.
- Ako je $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 2, 0)$, tada je
 $\vec{a}\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\angle(\vec{a}\vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
- $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1} = \quad$
- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su **GENERATORNE** u vektorskom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((0, 1, 0))$ 2) $((1, 2, 0), (1, 1, 0), (2, -1, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$
 4) $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$
 7) $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$ 8) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (0, 9x)$ i $g, h, r, s : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$,
 $g(x, y, z) = (x + y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (0, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y)$ i $p(x, y, z) = (z, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)
 $M_f = \quad \quad \quad M_g = \quad \quad \quad M_h = \quad \quad \quad M_r = \quad \quad \quad M_s = \quad \quad \quad M_p = \quad$
- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_S$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektore položaja tačaka C i D $\vec{r}_C = \quad \quad \quad \vec{r}_D = \quad$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara 1) kontradiktoran: $\underline{\hspace{2cm}}$
 a za koje je sistem linearnih jednačina 2) određen: $\underline{\hspace{2cm}}$
 $ax + ay = a$ 3) 1 puta neodređen: $\underline{\hspace{2cm}}$
 $x + y = a$ 4) 2 puta neodređen: $\underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i AB . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{DQ} + \vec{DP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AC}$ i $\vec{b} = \vec{BD}$.
 $\vec{DQ} + \vec{DP} = \quad$
- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
 $\vec{x} = \quad$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:
 - 1) uvek zavisna
 - 2) nikad baza,
 - 3) može ali ne mora da bude generatorna.
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, par vektora (a, b) je:
 - 1) uvek nezavisan,
 - 2) uvek zavisan,
 - 3) nekad nezavisan a nekad zavisan.
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$?
 - 1) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
 - 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
 - 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
 - 1) $|\det(A)| = \lambda |\det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$
 - 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(A')$
 - 3) $A \cdot A' = I$
 - 4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$
- Koje od tvrdjenja je tačno za bilo koje matrice A, B, C reda 2 nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
 - 1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
 - 2) $(B + C)A = BA + CA$
 - 3) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
 - 4) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$
 - 5) $(AB)^2 = A^2B^2$
 - 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$
 - 7) $A(B + C) = BA + CA$
 - 8) $A(BC) = (AB)C$
- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
 - a) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$
 - b) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$
 - c) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$
 - d) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$
 - e) ništa od prethodnog
- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
 - a) uvek zavisna
 - b) uvek nezavisna
 - c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + 2c)$ je:
 - a) uvek zavisna
 - b) uvek nezavisna
 - c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** akko je:
 - 1) $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$
 - 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$
 - 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
 - 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
 - 7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} \neq \lambda \vec{b}$
 - 8) $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 - 9) $(\forall \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} \neq \lambda \vec{b} \wedge \lambda \vec{a} \neq \vec{b})$
 - 10) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 0$
- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$ i $\vec{m} \neq 0$, tada funkcija f **uvek** jeste:
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam
- Za **neku** linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je:
 - 1) $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$
 - 2) $f(0) = 0$
 - 3) $f(xy) = yx$
 - 4) $f(xy) = y f(x)$
 - 5) $f(x) = ax + 0$ za neko $a \in \mathbb{R}$
 - 6) $f(2\lambda - v) = 2f(\lambda) - f(v)$
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_1)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 1 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - 1) $\det: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - 2) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$
 - 3) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$
 - 4) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$
 - 5) $\det$ je linearna
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - 1) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - 2) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$
 - 3) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$
 - 4) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1\}$
 - 5) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$
- Ako je $f(x + y) = f(x) + f(y)$, tada f :
 - 1) jeste linearna transformacija
 - 2) nije linearna transformacija
 - 3) može a ne mora biti linearna transformacija
 - 4) jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = 4$. Tada je
 - 1) $m \leq 4 \leq n$
 - 2) $n \leq 4 \leq m$
 - 3) $n \leq m \leq 4$
 - 4) $4 \leq m \leq n$
 - 5) $4 \leq n \leq m$
 - 6) $m \leq n \leq 4$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A , $|\vec{AB}| = 2$ i $|\vec{BC}| = 3$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\vec{AB} \parallel \vec{a}$, $\vec{BC} \parallel \vec{b}$ i vektori $\vec{AB}$ i $\vec{a}$ su istog smera, a vektori $\vec{BC}$ i $\vec{b}$ suprotnog. $\vec{r}_C =$
- Neka je ℓ -torka vektora $(b_1, b_2, \dots, b_\ell)$ zavisna i neka je $(0, d_2, \dots, d_k)$ neka k -torka vektora. Tada je:
 - 1) $k \leq \ell$
 - 2) $\ell \leq k$
 - 3) $k = \ell$
 - 4) $\ell < k$
 - 5) $\ell > k$
 - 6) ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
- Ako je A kvadratna matrica reda 2, tada je:
 - $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$
 - $\det A = 0 \Leftarrow \text{rang } A \leq 1$
 - $\det A = 0 \Leftarrow \text{rang } A = 1$
 - $\text{rang } A = 1 \Rightarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 1 \Leftarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 2 \Leftarrow \exists A^{-1}$.
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, i $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:

f
 g
 h
 F
 G
- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$.
 - Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
 - Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g

$$M_f = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$
 - Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
 - Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$
 - Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE
- Neka su a, n, x matrice kolone istog formata nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:
 - $(n^T x)a = (an^T)x$
 - $(n^T a)x = (xn^T)a$
 - $n^T a = a^T n$
 - $na = an$
 - $(n^T x)a = n^T(xa)$
 - $a^T n = 0 \Rightarrow a \perp n$

Napomena $[\lambda] \cdot A \stackrel{\text{def}}{=} \lambda A$, za svaku matricu A .

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 7

- Za ravan α kojoj pripadaju tačke $A(3, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$ i $C(0, 0, 3)$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (, ,)$ i koordinate njene tačke $M(, ,)$ koja je jednako udaljena od koordinatnih osa. Takvih tačaka M ima:
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - više od 4
- Ako je $\vec{a} = (0, -1, 1)$ i $\vec{b} = (-1, 0, 1)$, tada je $|\vec{a}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $|\vec{b}| = \underline{\hspace{1cm}}$ $\vec{a}\vec{b} = \underline{\hspace{1cm}}$ $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \underline{\hspace{1cm}}$ $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge ax - y = a$ nad poljem realnih brojeva je:
 - neodređen:
 - određen:
 - kontradiktoran:
- $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su ZAVISNE u vektorskom prostoru uređenih trojaka $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$:
 - $((0, 1, 0))$
 - $((1, 2, 1), (1, 1, 0), (2, 3, 1))$
 - $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$
 - $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$
 - $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$
 - $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$
 - $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$
 - $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (0, 9x)$ i $g, h, r, s, p: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x + y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (0, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y)$ i $p(x, y, z) = (z, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$$M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_r = \quad M_s = \quad M_p =$$

- Neka je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_D$ napisati vektore položaja tačaka S i C . $\vec{r}_S =$ $\vec{r}_D =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra a za koje je sistem linearnih jednačina
 $ax + ay = a$
 $ax + ay = a$
 1) kontradiktoran: _____
 2) određen: _____
 3) 1 puta neodređen: _____
 4) 2 puta neodređen: _____
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AD i DC . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{BQ} + \vec{BP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AC}$ i $\vec{b} = \vec{BD}$.
 $\vec{BQ} + \vec{BP} =$
- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 0, -2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
 $\vec{x} =$
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:
 1) uvek zavisna 2) nikad baza, 3) može ali ne mora da bude generatorna.
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je:
 1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisna, 3) uvek baza.
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$? a) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.
- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
 1) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) |det(A')| = \lambda |det(A)|$ 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(A')$
 3) $det A = 0 \Leftrightarrow det A' = 0$ 4) $det A \neq 0 \Leftrightarrow det A' \neq 0$
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje komutativne matrice A, B, C reda 4 nad poljem $\mathbb{R}$ i svaki skalar $\lambda \in \mathbb{R}$:
 1) $det(AB) = det(A) + det(B)$ 2) $(B + C)A = BA + CA$ 3) $det(\lambda A) = \lambda^4 det(A)$
 4) $det(AB) = det(B)det(A)$ 5) $(AB)^2 = A^2B^2$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$
 7) $A(B + C) = BA + CA$ 8) $A(BC) = (AB)C$
- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
 a) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$
 b) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ c) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$ d) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ e) ništa od prethodnog
- Neka su a, b i c proizvoljni nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
 a) uvek zavisna b) uvek nezavisna c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + c)$ je:
 a) uvek zavisna b) uvek nezavisna c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** akko je:
 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
 7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, tada funkcija f **uvek** jeste:
 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) surjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Za svaku nenula linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: 1) $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ 2) $f(0) = 0$ 3) $f(xy) = yx$ 4) $f(xy) = yf(x)$ 5) $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$ 6) f je izomorfizam
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 + x_2, x_1 + x_3, x_2 + x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) surjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 2 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $\det: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 3) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ 4) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1}_{na} \mathbb{R}$ 5) $\det$ je linearna
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ 3) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ 4) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \{0, 1, 2\}$ 5) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ **zavisna** za prostor V i $\dim V = 4$. Tada je 1) $m \leq 4 \leq n$ 2) $n \leq 4 \leq m$ 3) $n \leq m \leq 4$ 4) $4 \leq m \leq n$ 5) $4 \leq n \leq m$ 6) $n \geq 4$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A , $|\vec{AB}| = 5$ i $|\vec{BC}| = 7$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A, \vec{i}$ i $\vec{j}$, ako je $\vec{AB} \parallel \vec{i}$, $\vec{BC} \parallel \vec{j}$ i vektori $\vec{AB}$ i $\vec{i}$ su istog smera, a vektori $\vec{BC}$ i $\vec{j}$ suprotnog. $\vec{r}_C =$
- Neka je ℓ -torka vektora $(b_1, b_2, \dots, b_\ell)$ nezavisna i $(d_1, d_2, \dots, d_k)$ generatorna k -torka vektora. Tada je: 1) $k \leq \ell$ 2) $\ell \leq k$ 3) $k = \ell$ 4) $\ell < k$ 5) $\ell > k$ 6) ništa od prethodnog
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - 1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y^2 = 0\}$, $\dim U =$ _____
 - 2) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - 3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 3 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - 4) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \geq 0\}$ $\dim U =$ _____
- Ako je A kvadratna matrica reda 4, tada je: 1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$ 2) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 3$, 3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 3$ 4) $\text{rang } A = 3 \Rightarrow \det A \neq 0$, 5) $\text{rang } A = 3 \Leftrightarrow \det A \neq 0$, 6) $\text{rang } A = 4 \Leftrightarrow \exists A^{-1}$.
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, i $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:

f	g	h	F	G
-----	-----	-----	-----	-----
- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 - x_2)$
 - a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
 - b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g :

$$M_f = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$$
 - c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
 - d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$
 - e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE
- Neka su a, n, x matrice kolone istog formata nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $(n^\top x)a = (an^\top)x$ 2) $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ 3) $n^\top a = a^\top n$ 4) $na = an$ 5) $(n^\top x)a = n^\top(xa)$ 6) $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$
 Napomena $[\lambda] \cdot A \stackrel{\text{def}}{=} \lambda A$, za svaku matricu A .

- Neka tačke $O(0,0,0)$, $A(1,0,1)$ i $B(1,1,1)$ pripadaju ravni α . Napisati vektor $\overrightarrow{AB} = (\quad, \quad, \quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati bar jednu tačku $M \in \alpha$ i $M \notin \{O, A, B\}$, $M(\quad, \quad, \quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (2, -1, 1)$ i $\vec{b} = (-1, 1, 1)$, tada je

$$|\vec{a}| = \quad |\vec{b}| = \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \quad \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \quad \vec{a} \times \vec{b} = \quad$$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge -x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{vmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}^{-1} =$$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su NEZAVISNE u vektorskom prostoru uređenih trojaka $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((0, 1, 0))$ 2) $((1, 2, 1), (1, 1, 0), (2, 3, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$ 4) $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$ 7) $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$ 8) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (x, x)$ i $g, h, r, s, p: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x + x, z + z)$, $h(x, y, z) = (x, z)$, $r(x, y, z) = (x, y)$, $s(x, y, z) = (x, x + y + z)$ i $p(x, y, z) = (0, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$$M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_r = \quad M_s = \quad M_p =$$

- Neka je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_D$ i $\vec{r}_S$ napisati vektore položaja tačaka B i C . $\vec{r}_B = \quad \vec{r}_C = \quad$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra a za koje je sistem linearnih jednačina
 $ax + ay = 1$
 $ax + ay = 1$ 1) kontradiktoran: 2) određen: 3) 1 puta neodređen: 4) 2 puta neodređen:

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AD i DC . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{BP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.

$$\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{BP} =$$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 0)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:

$$\vec{x} =$$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:

- 1) uvek zavisna 2) nikad generatorna, 3) može ali ne mora da bude generatorna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{C}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je:

- 1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisna, 3) uvek baza.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$? a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:

- 1) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) |det(A')| = \lambda |det(A)|$ 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(A')$ 3) $det A = 0 \Leftrightarrow det A' = 0$ 4) $det A \neq 0 \Leftrightarrow det A' \neq 0$

- Ako su vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ **komplanarni** tada je:
 - 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
 - 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
 - 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$
 - 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
 - 7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$
 - 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$ i $\vec{m} \neq 0$, tada funkcija f **uvek** jeste: 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) surjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam
- Za **svaki** izomorfizam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: 1) $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ 2) $f(0) = 0$ 3) $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ 4) $f(xy) = yx$ 5) $f(xy) = yf(x)$ 6) $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$ 7) f je surjektivna
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 - x_2, x_1 - x_3, x_2 - x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) surjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 3 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $\det: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 3) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ 4) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 5) $\det$ je linearna
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3, 1)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ 3) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ 4) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \{0, 1\}$ 5) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1\}$
- Neka $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ nije generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ **nezavisna** za prostor V i $\dim V = 4$. Tada: 1) $m \leq 4 \leq n$ 2) $n \leq 4 \leq m$ 3) $m \leq 4$ 4) $4 \leq m \leq n$ 5) $4 \leq n \leq m$ 6) $n \geq 4$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A , $|\vec{AB}| = 3$ i $|\vec{BC}| = 4$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\vec{AB} \parallel \vec{a}$, $\vec{BC} \parallel \vec{b}$ i vektori $\vec{AB}$ i $\vec{a}$ su suprotog smera, a vektori $\vec{BC}$ i $\vec{b}$ istog smera. $\vec{r}_C =$
- Neka je k -torka vektora $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ nezavisna i $(d_1, d_2, \dots, d_\ell)$ generatorna ℓ -torka vektora. Tada je: 1) $k \leq \ell$ 2) $\ell \leq k$ 3) $k = \ell$ 4) $\ell < k$ 5) $\ell > k$ 6) ništa od prethodnog
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - 1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$, $\dim U =$ _____
 - 2) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - 3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 \geq 0\}$ $\dim U =$ _____
 - 4) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ $\dim U =$ _____
- Ako je A kvadratna matrica **reda 5**, tada je: 1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$ 2) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 4$ 3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 4$ 4) $\text{rang } A = 4 \Rightarrow \det A \neq 0$ 5) $\text{rang } A = 4 \Leftrightarrow \det A \neq 0$ 6) $\text{rang } A = 5 \Leftrightarrow \exists A^{-1}$.
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, i $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:

f	g	h	F	G
-----	-----	-----	-----	-----
- **Postoji** linearna transformacija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da je:

1) injektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam	1) surjektivna
2) surjektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam	5) ništa od prethodnog
- **Postoji** linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ za koju važi da je:

1) injektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam	1) surjektivna
2) surjektivna	3) bijektivna	4) izomorfizam	5) ništa od prethodnog
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku surjektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f : 1) injektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog.
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je f :

1) surjektivna	2) bijektivna	3) izomorfizam	4) ništa od prethodnog
----------------	---------------	----------------	------------------------

- Za **svaki** izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: 1) f je injektivna 2) postoji A^{-1} 3) $n = m$ 4) f je surjektivna 5) f je bijektivna 6) A je regularna 7) $\det A \neq 0$ 8) ništa od prethodnog
- Za **svaki** vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V . Zakruži tačan odgovor DA NE
- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ 2) $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ 3) $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$
- Neka su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ vektori iz skupa svih slobodnih vektora V . Tada $(\vec{a} \times \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a}\vec{b})(\vec{a}\vec{b}) = (\vec{a}\vec{a})(\vec{b}\vec{b})$ **akko** je: 1) $\vec{a}, \vec{b}$ proizvoljni vektori iz V 2) $\vec{a} = 0 \vee \vec{b} = 0$ 3) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 4) $\vec{a} \perp \vec{b}$

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 3

- Neka tačke $M(3, 0, 3)$, $N(0, 3, 3)$ i $P(3, 3, 0)$ pripadaju ravni α . Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati bar jednu tačku $Q \in \alpha$ i $Q \notin \{M, N, P\}$, $Q(\quad, \quad, \quad)$. Težište T trougla MNP je $T(\quad, \quad, \quad)$.
- Ako je $\vec{a} = (3, -3, 0)$ i $\vec{b} = (-3, 0, 3)$, tada je $|\vec{a}| = \quad$ $|\vec{b}| = \quad$ $\vec{a}\vec{b} = \quad$ $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \quad$ $\vec{a} \times \vec{b} = \quad$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $2ax - 2y = 1 \wedge -4x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je:
1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
- $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 9 \end{vmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \quad$
- Ako je A kvadratna matrica reda 3, tada je: 1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$ 2) $\det A = 0 \Leftarrow \text{rang } A \leq 2$, 3) $\det A = 0 \Leftarrow \text{rang } A = 2$ 4) $\text{rang } A = 3 \Rightarrow \det A \neq 0$, 5) $\text{rang } A = 2 \Leftarrow \det A \neq 0$, 6) $\text{rang } A = 3 \Leftarrow \exists A^{-1}$.
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, i $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:
 $f \quad \quad \quad g \quad \quad \quad h \quad \quad \quad F \quad \quad \quad G$
- Za **svaki** izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: 1) f je injektivna 2) postoji A^{-1} 3) $n = m$ 4) f je surjektivna 5) f je bijektivna 6) A je regularna 7) $\det A \neq 0$ 8) ništa od prethodnog
- Za **svaki** vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V . Zakruži tačan odgovor DA NE
- Zaokružiti cifre ispred uređenih n -torki koje su **GENERATORNE** u vektorskom prostoru uređenih trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((1, 2, 3))$ 2) $((1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (0, 1, 0))$
4) $((1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 3), (3, 3, 4))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0), (0, 7, 0))$
7) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (2x, 3x)$ i $g, h, r, s, p: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x + y, y + y + y)$, $h(x, y, z) = (2x, 3x)$, $r(x, y, z) = (z, y)$, $s(x, y, z) = (x + y + z, x + y + z)$ i $p(x, y, z) = (0, 0 + 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$$M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_r = \quad M_s = \quad M_p =$$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S sredina od CD . U zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{r}_D$ i $\vec{r}_S$ napisati vektore položaja tačaka B i C . $\vec{r}_B =$ $\vec{r}_C =$

- Projekcija vektora $\vec{x}$ na pravac vektora $\vec{n}$ je $\vec{x}' =$ a na ravan $\alpha: \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_O$ je $\vec{x}'' =$
- Napisati vektore položaja bar dve tačke M i N u zavisnosti od $\vec{n}$, $\vec{r}_Q$ i d , koje su sa različitih strana ravni $\alpha: \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i od nje udaljene za d . $\vec{r}_M =$ $\vec{r}_N =$

- Neka je tačka P presk ravni $\alpha: \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a: \vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a} \neq 0$. Tada je: 1) $\vec{r}_P = \vec{r}_Q + \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{a}$
2) $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$ 3) $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{a}$ 4) $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{a}$ 5) $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(2a - 3b + c, 3b - c, a - 5b + c)$ je:
1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c .

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b - c, a + b, -c)$ je:
1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c

- Za prave $m: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n: \frac{x-5}{-6} = \frac{y}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: a) mimoilazne su ($m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n$)
b) paralelne su i različite ($m \parallel n \wedge m \neq n$) c) poklapaju se ($m = n$) d) seku se ($m \cap n = \{M\}$)

- Za proizvoljne vektore $\vec{n}$ i $\vec{r}$ važi: 1) $\vec{n}\vec{r} = |\vec{n}||\vec{r}| \Leftrightarrow \vec{n} \times \vec{r} = 0$ 2) $\vec{n}\vec{r} = |\vec{n}||\vec{r}| \Rightarrow \vec{n} \times \vec{r} = 0$
3) $\vec{n}\vec{r} = |\vec{n}||\vec{r}| \Leftrightarrow \vec{n} \times \vec{r} = 0$ 4) $\vec{n}\vec{r} \neq |\vec{n}||\vec{r}| \Rightarrow \vec{n} \times \vec{r} \neq 0$ 5) $\vec{n}\vec{r} \neq |\vec{n}||\vec{r}| \Leftrightarrow \vec{n} \times \vec{r} \neq 0$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra 1) kontradiktoran: _____
 a za koje je sistem linearnih jednačina 2) određen: _____
 $ax + ay = 1$ 3) 1 puta neodređen: _____
 $ax - ay = 1$ 4) 2 puta neodređen: _____

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AD i DC . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{BQ} + \vec{BP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{BD}$ i $\vec{b} = \vec{AB}$.

$$\vec{BQ} + \vec{BP} =$$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
 $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:
1) uvek nezavisna 2) nikad generatorna, 3) nekada zavisna, a nekada nezavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{C}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je:

- 1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisna, 3) uvek baza.

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nm}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:

- 1) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) |det(A')| = \lambda |det(A)|$ 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(A')$ 3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \det A' = 0$

- 4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** akko:

- 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$

- 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$

- 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ 7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, tada funkcija f **uvek** jeste:
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam
- Za **svaki** izomorfizam $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je:
 - 1) $f(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ za neke $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
 - 2) $f(0) = 0$
 - 3) $(x, y) = 0 \iff f(x, y) = 0$
 - 4) $f(x, y) = 0 \iff (x, y) = 0$
 - 5) f je injektivna
 - 6) f je surjektivna
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 1 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - 1) $\det: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - 2) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$
 - 3) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$
 - 4) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1}_{na} \mathbb{R}$
 - 5) $\det$ je linearna
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - 1) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - 2) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$
 - 3) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$
 - 4) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \{0, 1\}$
 - 5) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ **nezavisna** za prostor V i $\dim V = 4$. Tada:
 - 1) $m \leq 4 \leq n$
 - 2) $n \leq 4 \leq m$
 - 3) $m \leq 4$
 - 4) $4 \leq m \leq n$
 - 5) $4 \leq n \leq m$
 - 6) $n \geq 4$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A , $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = 1$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ako je $\vec{AB} \parallel \vec{a}$, $\vec{BC} \parallel \vec{b}$ i vektori $\vec{AB}$ i $\vec{a}$ su istog smera, a vektori $\vec{BC}$ i $\vec{b}$ suprotog smera. $\vec{r}_C =$
- Neka je k -torka vektora $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ nezavisna i $(d_1, d_2, \dots, d_\ell)$ baza. Tada je:
 - 1) $k \leq \ell$
 - 2) $\ell \leq k$
 - 3) $k = \ell$
 - 4) $\ell < k$
 - 5) $\ell > k$
 - 6) ništa od prethodnog
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - 1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = z\}$, $\dim U =$ _____
 - 2) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$, $\dim U =$ _____
 - 3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$, $\dim U =$ _____
 - 4) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \geq 0\}$, $\dim U =$ _____

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 10

- Neka tačke $M(1, -1, 2)$, $N(-1, 1, 2)$ i $P(1, 1, 0)$ pripadaju ravni α . Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati koordinate tačke Q koja pripada ravni α i x osi. $Q(\quad, \quad, \quad)$.
- Ako je $\vec{a} = (2, -2, 0)$ i $\vec{b} = (-2, 0, 2)$, tada je $|\vec{a}| =$ _____ $|\vec{b}| =$ _____ $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____ $\angle(\vec{a}, \vec{b}) =$ _____ $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax - y = 1 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je:
 - 1) neodređen:
 - 2) određen:
 - 3) kontradiktoran:
- $$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} =$$
- Koje su od sledećih uređenih n -torki zavisne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
 - 1) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$
 - 2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$
 - 3) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$
 - 4) $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$
- Matrice linearnih transformacija $h(x) = 5x$, $f(x, y) = x + 2y$, $g(x, y, z) = (x, x - y)$ i $s(x, y) = (3x, y)$ su:

$$M_h = \quad \quad \quad M_f = \quad \quad \quad M_g = \quad \quad \quad M_s =$$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S sredina od BC . U zavisnosti od $\vec{r}_A, \vec{r}_D$ i $\vec{r}_S$ napisati vektore položaja tačaka B i C . $\vec{r}_B =$ $\vec{r}_C =$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 2, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
 $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}, +, \cdot)$, petorka vektora (a, b, c, d, e) je:

1) uvek nezavisna 2) nikad generatorna, 3) nekada zavisna, a nekada nezavisna .

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{C}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je:

1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisan, 3) uvek baza.

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:

1) $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ 2) $na = an$ 3) $n^\top a = a^\top n$ 4) $(n^\top x)a = (an^\top)x$ 5) $(n^\top a)x = (xn^\top)a$
6) $(n^\top x)a = n^\top(xa)$

- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$.

a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$

b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g

$$M_f = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}.$$

c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$

d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$

e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je si- (a) kontradiktoran: _____
stem $\begin{matrix} x + by = 1 \\ bx - ay = b \end{matrix}$ (b) određen: _____
(c) 1 puta neodređen: _____
(d) 2 puta neodređen: _____

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = \vec{ab} - \vec{ba}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: 1) 0 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{3}$ 5) $\frac{\pi}{2}$ 6) π

- Izračunati vektore položaja $r_{T'}$ i $r_{T''}$ projekcija tačke $T(-1, 1, -1)$ na pravu
 $a: \vec{r} = (-1, 0, -2) + t(1, -1, 1)$, $t \in \mathbb{R}$ i ravan $\alpha: (1, -1, 0) \cdot \vec{r} = (1, -1, 0) \cdot (1, 0, 0)$.

$$r_{T'} = \quad r_{T''} =$$

- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(3, 7, -3) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \quad \}$

- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(2, -6, 4) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \quad \}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna 3) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 4) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 5) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 6) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 7) svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$

- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{1n})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{21}, \dots, a_{2n})$, $\dots$, $\mathbf{a}_n = (a_{n1}, \dots, a_{nn})$ vektori vrste matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$ i neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada

1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A < n$ 2) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\det A = 0$ 3) $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \geq 1$

4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ 5) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq n$ 6) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\text{rang } A < n$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora (a, b) je:

1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisan, 3) nekad nezavisan a nekad zavisan, 4) uvek generatoran.

- Ako je uređena trojka vektora (a, b, c) zavisna, tada je uređena trojka vektora $(a + b, a + c, a + 2b - c)$
 - uvek nezavisna
 - uvek zavisna
 - nekada zavisna, a nekada nezavisna.
 - Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{DT} =$
 - Neka je u sedmodimenzionalnom vektorskom prostoru V , k -torka vektora $(a_1, \dots, a_k)$ generatorna. Tada je uvek:
 - $k < 7$
 - $k \leq 7$
 - $k = 7$
 - $k > 7$
 - $k \geq 7$
 - ništa od prethodnog
 - Ako je $f: V \rightarrow W$ izomorfizam, tada je:
 - postoji f^{-1}
 - V i W su izomorfni
 - $V = W$
 - za svaku nezavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je nezavisna u W
 - za svaku zavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je zavisna u W
- Potreban i dovoljan uslov da ravan α bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je:

_____ i tada je α potprostor dimenzije: _____

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda 2 važi:
 - $A(BC) = (AB)C$
 - $AB = BA$
 - $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
 - $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
 - $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
 - $(AB)^2 = A^2B^2$
 - $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$
- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su potprostori i za one koji jesu napisati njihove dimenzije.
 - $U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y \vee x = -y\}$
 - $U_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$
 - $U_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 = -y^3\}$
 - $U_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\}$
 - $U_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$
 - $U_6 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$

$\dim U_1 =$ $\dim U_2 =$ $\dim U_3 =$ $\dim U_4 =$ $\dim U_5 =$ $\dim U_6 =$
- Neka je $a = (2, 2, 0)$, $b = (-3, 3, 0)$, $c = (1, -1, 0)$, $d = (-1, 1, 0)$, $e = (0, 0, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 2, 0)$.
 - $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(a, f, g) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(0, 0, 0) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V) =$
 - $V = L(a, g) \Rightarrow \dim(V) =$
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** akko je:
 - $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$
 - $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
 - $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
 - $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} \neq \lambda \vec{b}$
 - $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 - $(\forall \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} \neq \lambda \vec{b} \wedge \lambda \vec{a} \neq \vec{b})$
 - $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 = 0$

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 11

- Neka tačke $M(1, 0, 0)$, $N(-1, 1, 1)$ i $P(0, -1, -1)$ pripadaju ravni α .
 $\overrightarrow{MP} = (\quad , \quad , \quad)$ $\overrightarrow{MN} = (\quad , \quad , \quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α , $\vec{n} = (\quad , \quad , \quad)$.
 Ako je $(A, B, C, D) = (\quad , \quad , \quad , \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati bar jednu tačku $S \in \alpha$ i $S \notin \{M, N, P\}$, $S(\quad , \quad , \quad)$.
- Sistem linearnih jednačina

$$\begin{matrix} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{matrix}$$
 je
 - kontradiktoran,
 - određen,
 - 1 puta neodređen,
 - 2 puta neodređen.
- Neka je p prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p :
 $\vec{p} = (\quad , \quad , \quad)$, i koordinate jedne tačke prave p : $(\quad , \quad , \quad)$.
- Matrica linearne transformacije $f(x, y, z) = (x + y - 2z, x - z)$ je:

$$\bullet \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} = \quad \quad \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Ako je $\vec{a} = (1, -1, 0)$ i $\vec{b} = (1, 1, -1)$, tada je $|\vec{a}| =$ _____ $|\vec{b}| =$ _____ $\vec{a}\vec{b} =$ _____
 $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____ $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ _____ $\angle(\vec{a}, \vec{b}) =$ _____.

- Proizvoljna linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je oblika $f(x, y) =$

- Neka je S presek dijagonala paralelograma $ABCD$. Zaokružiti slovo (slova) ispred tačnih jednakosti:

a) $\vec{r}_S = \frac{1}{2}\vec{r}_A + 0 \cdot \vec{r}_B + \frac{1}{2}\vec{r}_C + 0 \cdot \vec{r}_D$ b) $\vec{r}_S = 0 \cdot \vec{r}_A + \frac{1}{2}\vec{r}_B + 0 \cdot \vec{r}_C + \frac{1}{2}\vec{r}_D$ c) $\vec{r}_S = \frac{1}{4}\vec{r}_A + \frac{1}{4}\vec{r}_B + \frac{1}{4}\vec{r}_C + \frac{1}{4}\vec{r}_D$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y + z = 0 \wedge ax + ay + az = 1$ nad poljem realnih brojeva

a) neodređen: _____ b) određen: _____ c) kontradiktoran: _____

- Broj rešenja homogenog sistema linernih jednačina nad poljem realnih brojeva može da bude:

a) 0 _____ b) 1 _____ c) 2 _____ d) ∞ .

- Funkcija $f: V \rightarrow W$ između vektorskih prostora V i W nad poljem F je linearna ako

a) $f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y)$ _____ b) f zadovoljava osam aksioma vektorskog prostora. _____
 c) $f: V \rightarrow W$ je bijektivna funkcija. _____

- Ako je $f: V \rightarrow W$ linearna transformacija, koje od sledećih tvrđenja je tačno?

a) $f(0) = 0$. _____ b) $f(-x) = -x$ za svako $x \in V$. _____ c) $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in F, v \in V$. _____

- Linearna transformacija $f: V \rightarrow W$ je izomorfizam ako

a) $(\forall x \in V)(\forall y \in V) f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ i $(\forall z \in W)(\exists v \in V) f(v) = z$ _____ b) V i W su izomorfni.

c) za svaku n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka vektora $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je baza od W .

- Izračunati vektore položaja $r_{T'}$ i $r_{T''}$ projekcija tačke $T(-1, 1, -1)$ na pravu

$a: (A(-1, 0, -2), \vec{a} = (1, -1, 1))$ i ravan $\alpha: x - y = 1$.

$r_{T'} =$ _____ $r_{T''} =$ _____

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 4:

a) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ _____ b) $\det(AB) = \det(BA)$ _____ c) $\det(AB) = \det(BA) \Rightarrow AB = BA$ _____
 d) $\det(A) = \det(A^T)$ _____

- Napisati analitičke izraze za funkcije $f, g, h, s, t, u, v: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, čije su geometrijske interpretacije redom:

Osnna simetrija u odnosu na x -osu: $f(x, y) = ($ _____ , _____)

Osnna simetrija u odnosu na y -osu: $g(x, y) = ($ _____ , _____)

Osnna simetrija u odnosu na pravu $y = -x$: $h(x, y) = ($ _____ , _____)

Osnna simetrija u odnosu na $y = x$: $s(x, y) = ($ _____ , _____)

Centralna simetrija u odnosu na koordinatni početak: $t(x, y) = ($ _____ , _____)

Rotacija za 90° oko koordinatnog početka: $u(x, y) = ($ _____ , _____)

Projekcija na x -osu: $v(x, y) = ($ _____ , _____)

Od navedenih funkcija linearne transformacije su: _____ , izomorfizmi su: _____

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni akko: 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni

7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$ 8) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 9) $(\exists \lambda \in \mathbb{R})(\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$ 10) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su komplanarni akko:

$$1) \text{ rang } \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2 \quad 2) \text{ rang } \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3 \quad 3) \text{ rang } \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$$

$$4) \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad 5) \vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \quad 6) (\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$$

$$7) \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0 \quad 8) (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ je zavisna.}$$

- Neka je $ABCD$ kvadrat, M sredina dijagonale AC , a N težište trougla ABC , napisati $\overrightarrow{MN}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{MN} =$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n : a) $\text{Rang}(A) = 0 \Rightarrow \det(A) = 0$
b) $\det(A) = 0 \Leftrightarrow \text{Rang}(A) \leq n - 1$ c) $\text{Rang}(A) = n \Rightarrow \det(A) \neq 0$, d) $\text{Rang}(A) = n \Rightarrow \det(A) = 0$.

- Napisati vektor položaja $\vec{r}_B$ tačke B koja je simetrična tački A u odnosu na tačku T :

$$\vec{r}_B = f(\vec{r}_A, \vec{r}_T) =$$

- $(m+1)$ - torka vektora u m - dimenzionalnom vektorskom prostoru je: a) uvek linearno nezavisna, b) uvek linearno zavisna, c) nekad linearno nezavisna, a nekad linearno zavisna.

- m - torka vektora u m - dimenzionalnom vektorskom prostoru je: a) uvek linearno nezavisna, b) uvek linearno zavisna, c) nekad linearno nezavisna, a nekad linearno zavisna.

- $(m-1)$ - torka vektora u m - dimenzionalnom vektorskom prostoru je: a) uvek linearno nezavisna, b) uvek linearno zavisna, c) nekad linearno nezavisna, a nekad linearno zavisna.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$, linearno nezavisna trojka (a, b, c) je: a) uvek baza, b) uvek generatorna, c) nikad generatorna, a) nikad baza.

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$, generatorna trojka (a, b, c) je: a) uvek baza, b) uvek linearno nezavisna, c) nikad linearno nezavisna, a) nikad baza.

- Za koje vrednosti parametara a, b su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y, z) = (x + y + z + a)^b$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, g(x) = \left(\frac{a}{x}, ax + b\right)$$

- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da je: 1) surjektivna
2) injektivna 3) bijektivna 4) izomorfizam 5) ništa od prethodnog
- Postoji linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ za koju važi da je: 1) injektivna
2) surjektivna 3) bijektivna 4) izomorfizam 5) ništa od prethodnog.
- Za svaki vektorski prostor V i svaku surjektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f : 1) injektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog.
- Za svaki vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f : 1) surjektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 12

- Neka tačke $M(2, 0, 0)$, $N(0, 2, 0)$ i $P(1, 1, 1)$ pripadaju ravni α . $\overrightarrow{MP} = (\quad, \quad, \quad)$ $\overrightarrow{MN} = (\quad, \quad, \quad)$. Napisati bar jedan vektor $\vec{n}$ normalan na α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati bar jednu tačku $S \in \alpha$ i $S \notin \{M, N, P\}$, $S(\quad, \quad, \quad)$.

- Sistem linearnih jednačina $\begin{matrix} x & + & y & + & z & = & 1 \\ 2x & + & 2y & + & 2z & = & 2 \end{matrix}$ je
1) kontradiktoran, 2) određen, 3) 1 puta neodređen, 4) 2 puta neodređen.
 - Neka je p prava čija je jednačina $x + 5 = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p :
 $\vec{p} = (\quad , \quad , \quad)$, i koordinate jedne tačke prave p : $(\quad , \quad , \quad)$.
 - Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
 - $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1} = \quad$
 - Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su GENERATORNE u vektorskom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((0, 1, 0))$ 2) $((1, 2, 0), (1, 1, 0), (2, -1, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$
4) $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$
7) $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$ 8) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$
 - Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
 - Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (0, 9x)$ i $g, h, r, s: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$,
 $g(x, y, z) = (x + y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (0, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y)$ i $p(x, y, z) = (z, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)
 $M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_r = \quad M_s = \quad M_p =$
 - Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_S, \vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektore položaja tačaka C i D $\vec{r}_C = \quad \vec{r}_D =$

 - Izračunati vektore položaja $\vec{r}_{Q'}$ i $\vec{r}_{Q''}$ projekcija tačke $Q(5, -3, 4)$ na pravu a i ravan α , ako je $A \in a$, $a \parallel \vec{a}$, $B \in \alpha$, $\vec{n} \perp \alpha$ i pri čemu je $A(0, -5, -4)$, $\vec{a} = (6, 3, 1)$, $B(3, 2, 2)$, $\vec{n} = (1, -1, 1)$.
 $\vec{r}_{Q'} = (\quad , \quad , \quad) \quad \vec{r}_{Q''} = (\quad , \quad , \quad)$
 - U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti po jedan primer vektorskog podprostora koji je redom dimenzije 0, 1, 2 i 3. Primer navesti jednačinom ili geometrijskim opisom.
-
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^n = \{x = (x_1, \dots, x_n) | x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$ je podprostor:
a) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0\}$ b) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1\}$
c) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | \forall i, x_i \in \{0, 1\}\}$ c) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | \forall i, x_i \in [0, \infty)\}$
 - Navesti dve baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
-
- Neka je $p = (1, 0, 1)$, $q = (0, 2, 2)$, $r = (0, 0, 3)$, $s = (0, 4, 0)$. Zaokružiti slovo ispred zavisne n -torke:
a) (p, q, r) , b) (q, r, s) , c) (p, q) , d) (p, r) , e) (p, s) , f) (q, r) , g) (q, s) , h) (r, s) .
 - Trojka (v_1, v_2, v_3) je generatorna za V ako: a) svaki od vektora v_1, v_2, v_3 je različit od nula-vektora.
b) Za svaki vektor v važi $v = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ za neke skalare $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. c) $\dim(V) = 3$.
 - Za linearno zavisnu trojku vektora (v_1, v_2, v_3) prostora V važi: a) par (v_1, v_2) je uvek linearno zavisan
b) par (v_1, v_2) može biti linearno zavisan ili nezavisan u zavisnosti od izbora vektora (v_1, v_2, v_3) c) par (v_1, v_2) je uvek linearno nezavisan

- Za linearno nezavisni par vektora (v_1, v_2) prostora V važi: **a)** trojka (v_1, v_2, v_3) je uvek linearno zavisna **b)** trojka (v_1, v_2, v_3) može biti linearno zavisna ili nezavisna u zavisnosti od izbora vektora (v_1, v_2, v_3) **c)** trojka (v_1, v_2, v_3) je uvek linearno nezavisna.
- Uređena trojka nekomplanarnih slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je: **a)** uvek linearno nezavisna **b)** uvek linearno zavisna **c)** u zavisnosti od datih vektora nekada zavisna, a nekada nezavisna.
- Za svaku linearnu transformaciju $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je:
a) $f(x, x) = 2x$. **b)** $f(0, 0) = 0$. **c)** $f(x, y) = x + y$. **d)** $f(x, y) = xy$.
- Šta od navedenog nije aksioma vektorskog prostora: **a)** $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F) \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ **b)** $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F) (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ **c)** $(\forall x, y \in V) x \cdot y = y \cdot x$ **d)** $(\forall x \in V) 0 \cdot x = 0$
- Za proizvoljne kvadratne matrice A, B, C reda n važi:
a) $\text{Rang}(AB) = \text{Rang}(A)\text{rang}(B)$ **b)** $A + (B + C) = (A + B) + C$ **c)** $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
d) $AB = BA$ **d)** $A + B = B + A$
- Linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (px + y, x + py)$ je izomorfizam akko $p \in$ _____
- Sistem linernih jednačina nad poljem realnih brojeva $ax + y = 1 \wedge x + by = 0$ je:
određen za _____, 1 puta neodređen za _____,
2 puta neodređen za _____, protivrečan za _____.
- Vektor $\vec{s}$ simetrale $\sphericalangle BAC$ trougla ABC izraziti kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$:
 $\vec{s} =$ _____
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$? **a)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ je: _____
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 3 i svaki skalar λ
a) $\det(A - B) = \det(A) - \det(B)$ **b)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **c)** $\det(ABC) = \det(A)\det(B)\det(C)$.
- Neka $A \sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada važi:
a) $A \sim B \Leftrightarrow |\det(A)| = |\det(B)|$, **b)** $\det(A) = \det(B) \Rightarrow A \sim B$, **c)** $A \sim B \Rightarrow \det(A) = \det(B)$,
d) $A \sim B \Rightarrow (\det(A) = 0 \Leftrightarrow \det(B) = 0)$. **e)** $A \sim B \Leftrightarrow (\text{Rang}(A) = 0 \Leftrightarrow \text{Rang}(B) = 0)$.
- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
a) $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow \det(A') \neq 0$ **b)** $\text{Rang}(A) = \text{Rang}(A')$
c) $\det(A) = \lambda \det(A')$ za neki skalar λ **c)** $\det(A) = \lambda^2 \det(A')$ za neki skalar λ .
- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n : **a)** $\text{Rang}(A) = 0 \Rightarrow \det(A) = 0$
b) $\det(A) = 0 \Leftrightarrow \text{Rang}(A) \leq n - 1$ **c)** $\text{Rang}(A) = n \Rightarrow \det(A) \neq 0$, **d)** $\text{Rang}(A) = n \Rightarrow \det(A) = 0$.
- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T , prodora prave $p: \vec{r} = (7, 7, 4) + t(2, 2, 1)$, $t \in \mathbb{R}$ kroz ravan
 $\alpha: \vec{r} \cdot (-1, 0, 1) = (2, 5, 2) \cdot (-1, 0, 1)$. $\vec{r}_T =$ _____
- Ako je $f: V \rightarrow W$ izomorfizam vektorskih prostora, tada je: **a)** postoji f^{-1} , **b)** $V = W$,
c) za svaku zavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je zavisna u W .
- Za koje vrednosti parametara a, b su navede funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (ax + by + z, a + b)$ _____
 $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^1$, $g(x, y) = \sin(a)x + \cos(b)y$ _____

- Neka tačke $P(1, 2, 0)$, $Q(2, 1, 0)$ i $R(1, 1, 1)$ pripadaju ravni α . Napisati bar jedan jedinični vektor $\vec{n}$ normalan na α i jedan vektor $\vec{m}$ paralelan sa α , $\vec{n} = (\quad, \quad, \quad)$, $\vec{m} = (\quad, \quad, \quad)$. Ako je $(A, B, C, D) = (\quad, \quad, \quad, \quad)$, tada je $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačina ravni α . Napisati koordinate tačke $M \in \alpha$ ravni α koja je najbliža koordinatnom početku. $M(\quad, \quad, \quad)$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina $x + ay = 1 \wedge ax + y = 1$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (0, 1, 1)$ izračunati: 1) $|\vec{a}| =$ 2) $|\vec{b}| =$
3) $2\vec{a} - \vec{b} =$ 4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$
5) $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ 6) $\sin \angle(\vec{a}, \vec{b}) =$
- Koje od sledećih uređenih n -torki jesu nezavisne za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$: 1) $((0, 0, -1), (0, 4, 0), (9, 0, 0))$
2) $((1, 3, -2), (-2, -6, 4))$ 3) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$ 4) $((1, 0, 1), (1, 1, 0), (2, 1, 1))$
- $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Matrice linearnih transformacija $f(x, y) = (2x, x, y)$, $g(x, y, z) = y$, $h(x, y) = (x, y)$ i $s(x, y, z) = (y, z, x + x)$ su:
 $M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_s =$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara 1) kontradiktoran: _____
 a za koje je sistem linearnih jednačina 2) određen: _____
 $ax + y = a$ 3) jednostruko neodređen: _____
 $-x + ay = a$ 4) dvostruko neodređen: _____
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AB i AD . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AC}$ i $\vec{b} = \vec{BC}$. $\vec{PQ} =$
- Napisati $\vec{x} = (2, 0, 1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$:
 $\vec{x} =$
- Koordinate projekcija A' tačke $A(1, 1, 2)$ na pravu određenu sa $x = y = z$ je: $A'(\quad, \quad, \quad)$
- Vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke prodora prave $p: \vec{r} = \vec{r}_Q + t\vec{l}$ kroz ravan $\alpha: \vec{m}\vec{r} = \vec{m}\vec{r}_W$ je
 $\vec{r}_T =$
- Normalna projekcija vektora $\vec{x} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$ na ravan $\alpha: x + 2y + z = 0$ je: $\text{pr}_\alpha(\vec{x}) =$
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$? a) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.
- Koje od tvrdjenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 3 i svaki skalar λ :
1) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ 2) $(B + C)A = AB + CA$ 3) $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
4) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ 5) $(AB)^2 = A^2B^2$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(BA)$
7) $A(B - C) = BA - CA$ 8) $A(BC) = (BA)C$
- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: a) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$
b) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ c) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$ d) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ e) ništa od prethodnog
- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b + c, b + c, b - c)$ je:
a) uvek zavisna b) uvek nezavisna c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + c, a + b, a - b + 2c)$ je:
 - uvek zavisna
 - uvek nezavisna
 - nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Nenula vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je
 - $\vec{a} \times \vec{b} = 0$
 - $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$
 - $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
 - $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$
 - $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 - $(\forall \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} \neq \lambda \vec{b} \wedge \lambda \vec{a} \neq \vec{b})$
 - $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako je:
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
 - $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
 - $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
 - $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$
 - $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha \vec{b} + \beta \vec{c}$
 - $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \neq 0$
 - $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nezavisna.
- Neka je $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_3, x_2, x_1)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$
 - linearna transformacija
 - injektivna
 - sirjektivna
 - bijektivna
 - izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(3, 5)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$
 - $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2, 3\}$
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ zavisna za prostor V i $\dim V = m$. Tada je
 - $m \leq k \leq n$
 - $n \leq k \leq m$
 - $m \leq k$
 - $k \leq m \leq n$
 - $k \leq n \leq m$
 - $m \leq n \leq k$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(3, 1, 2)$, $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = 9$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{AB} \parallel \vec{a} = (1, 4, 8)$, $\vec{BC} \parallel \vec{b} = (-8, 1, 4)$ i ako su smerovi vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ suprotni smerovima redom vektora $\vec{AB}$ i $\vec{BC}$.
 $\vec{r}_C =$
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0\}$, $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\}$, $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 1 = x\}$, $\dim U =$ _____
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 2x\}$, $\dim U =$ _____
- Ako je A kvadratna matrica reda 5, tada je:
 - $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 0$
 - $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 4$
 - $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 5$
 - $\text{rang } A = 5 \Rightarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 5 \Leftrightarrow \det A \neq 0$
 - $\text{rang } A = 5 \Leftrightarrow \exists A^{-1}$
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{12}, \dots, a_{n2})$, ..., $\mathbf{a}_n = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n \mid \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a}_i^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a}_i$ sa samim sobom. Tada je:
 - $\mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
 - $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \neq 0$
 - $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$
 - $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 \neq 0$
 - $\text{rang } A \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$
 - $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 \neq 0$
- Za svaku nenula linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ važi da je:
 - sirjektivna
 - injektivna
 - bijektivna
 - izomorfizam
 - ništa od prethodnog
- Postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da je:
 - injektivna
 - sirjektivna
 - bijektivna
 - izomorfizam
 - ništa od prethodnog
- Za svaku sirjektivnu linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sledi da je transformacija f :
 - injektivna
 - bijektivna
 - izomorfizam
 - ništa od prethodnog

- Za svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sledi da je transformacija f :
1) surjektivna 2) bijektivna 3) izomorfizam 4) ništa od prethodnog
- Za svaki izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: 1) f je injektivna 2) postoji A^{-1} 3) $n = m$ 4) f je surjektivna 5) f je bijektivna 6) A je regularna 7) $\det A \neq 0$ 8) ništa od prethodnog
- Za svaki konačno dimenzioni vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V . Zakruži tačan odgovor DA NE
- Neka je $a = (2, 2, 0)$, $b = (-3, 3, 0)$, $c = (1, -1, 0)$, $d = (-1, 1, 0)$, $e = (0, 0, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 2, 0)$. Zaokružiti broj koji je dimenzija potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
1) $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1,2,3
2) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1,2,3 3) $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1,2,3
4) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1,2,3 5) $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1,2,3
6) $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1,2,3 7) $V = L(a, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1,2,3
- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni i α, β i γ uglovi koje vektor $\vec{x}$ obrazuje sa redom vektorima $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Tada je: 1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ 2) $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$
3) $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ 4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$
6) $(|\vec{x}| \cos \alpha)\vec{i} + (|\vec{x}| \cos \beta)\vec{j} + (|\vec{x}| \cos \gamma)\vec{k} = \vec{x}$ 7) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 14

- Za ravan α kojoj pripadaju tačke $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ i koja je paralelna sa z -osom napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate njene tačke $M(\quad , \quad , \quad)$ koja je najbliža koordinatnom početku.
- Ako je $\vec{a} = (1, 2, 2)$ i $\vec{b} = (2, 1, -2)$, tada je
 $|\vec{a}| = \underline{\quad}$ $|\vec{b}| = \underline{\quad}$ $\vec{a}\vec{b} = \underline{\quad}$ $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \underline{\quad}$ $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{\quad}$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge ax - ay = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:
- $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su NEZAVISNE u vektorkom prostoru uređenih trojaka $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((0, 1, 0))$ 2) $((1, 2, 1), (1, 1, 0), (2, 3, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$
4) $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$
7) $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$ 8) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (2x, 9x)$ i $g, h, r, s, p: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x, y)$, $h(x, y, z) = (0, 0)$, $r(x, y, z) = (y, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y + x)$ i $p(x, y, z) = (z, z)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)
 $M_f = \quad \quad M_g = \quad \quad M_h = \quad \quad M_r = \quad \quad M_s = \quad \quad M_p = \quad$
- Neka je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_A, \vec{r}_B$ i $\vec{r}_S$ napisati vektore položaja tačaka C i D . $\vec{r}_C = \quad \quad \vec{r}_D = \quad$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra a za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} 2ax + ay &= a \\ 3ax + 2ay &= 5a \end{aligned}$$
 - 1) kontradiktoran: _____
 - 2) određen: _____
 - 3) 1 puta neodređen: _____
 - 4) 2 puta neodređen: _____
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AD i DC . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{BP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.

$$\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{BP} =$$
- Izraziti vektor $\vec{x} = (3, 4, 0)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:

$$\vec{x} =$$
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}, +, \cdot)$, šestorka vektora (a, b, c, d, e, f) je:
 - 1) uvek zavisna
 - 2) nikad baza,
 - 3) može ali ne mora da bude generatorna.
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je:
 - 1) uvek nezavisan,
 - 2) uvek zavisna,
 - 3) uvek baza.
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$?
 - 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
 - 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
 - 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
 - 1) $\det(A) = \det(B)$
 - 2) $\det(A) \neq 0 \wedge \det(B) \neq 0$
 - 3) $\text{Rang}(A) = \text{Rang}(B)$
 - 4) $A \cdot B = I$
 - 5) $A = \alpha B$ za neki skalar α
 - 6) matrice A i B imaju iste karakteristične korene
 - 7) $\exists A^{-1} \Leftrightarrow \exists B^{-1}$
- Neka su $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
 - 1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$
 - 2) $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$
 - 3) $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
 - 4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$
 - 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$
- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada:
 - 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna
 - 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna
 - 3) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna
 - 4) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ zavisna
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a, b) je:
 - 1) uvek nezavisan,
 - 2) uvek zavisna,
 - 3) nekad nezavisan a nekad zavisna.
- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T , projekcije tačke $(1, 1, 1)$ na pravu $p: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. $\vec{r}_T =$
- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
 - a) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$
 - b) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$
 - c) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} = 0$
 - d) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$
 - e) ništa od prethodnog
- Neka su a, b i c proizvoljni nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b - c, b + c, a + b - c)$ je:
 - a) uvek zavisna
 - b) uvek nezavisna
 - c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(2a + 3c, a + 4b, 7a - b + 5c)$ je:
 - a) uvek zavisna
 - b) uvek nezavisna
 - c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako je:
 - 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
 - 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
 - 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$
 - 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
 - 7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$
 - 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{k} \cdot \vec{x}$, tada funkcija f uvek jeste:
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam

- Za svaku nenula linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: 1) $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ 2) $f(0) = 0$ 3) $f(xy) = yx$ 4) $f(xy) = y f(x)$ 5) $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$ 6) f je izomorfizam
- Neka je $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 + x_2, x_1 + x_3, 2x_1 + x_2 + x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi: V \rightarrow \mathbb{R}^3$ 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) surjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 2 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $\det: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 3) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ 4) $\det: \mathcal{M} \xrightarrow{\frac{1-1}{na}} \mathbb{R}$ 5) $\det$ je linearna
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(1, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: 1) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ 3) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ 4) $\text{rang}: \mathcal{M} \rightarrow \{0, 1, 2\}$ 5) $\text{rang}: \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ generatna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = 4$. Tada je 1) $m \leq 4 \leq n$ 2) $n \leq 4 \leq m$ 3) $n \leq m \leq 4$ 4) $4 \leq m \leq n$ 5) $4 \leq n \leq m$ 6) $n \geq 4$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A , $|\vec{AB}| = 3$ i $|\vec{BC}| = 6$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{i}$ i $\vec{j}$, ako je $\vec{AB} \parallel \vec{i}$, $\vec{BC} \parallel \vec{j}$ i vektori $\vec{AB}$ i $\vec{i}$ su istog smera, a vektori $\vec{BC}$ i $\vec{j}$ suprotnog. $\vec{r}_C =$
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - 1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 + y^3 = 0\}$, $\dim U =$ _____
 - 2) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - 3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ $\dim U =$ _____
 - 4) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \geq 0\}$ $\dim U =$ _____
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, i $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:

f	g	h	F	G
-----	-----	-----	-----	-----
- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, 2x_1 + 3x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, x_1 - 3x_2)$.
 - Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
 - Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g :
 $M_f = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$.
 - Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
 - Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$
 - Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 15

- Za pravu p kojoj pripadaju tačke $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ napisati jedan vektor koji je paralelan sa njom $\vec{p} = (\quad, \quad, \quad)$, jedan vektor normalan na nju i na vektor $\vec{k}$ i koordinate njene tačke $M(\quad, \quad, \quad)$ koja je najbliža z -osi.
- Ako je $\vec{a} = (1, 1, 2)$ i $\vec{b} = (2, 1, 0)$, tada je $|\vec{a}| =$ $|\vec{b}| =$ $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) =$ $\vec{a} \times \vec{b} =$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $2ax + y = 1 \wedge ax + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} = \quad \begin{vmatrix} 1 & 9 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & 9 \end{vmatrix} = \quad \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su GENERATORNE u vektorskom prostoru uređenih parova $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$:
 1) $((0, 1))$ 2) $((1, 2), (1, 1), (2, 3))$ 3) $((1, 0), (2, 0))$ 4) $((1, 0), (0, 2), (0, 0))$
 5) $((1, 1), (2, 2))$ 6) $((0, 0), (0, 0), (3, 0))$ 7) $((0, 1), (0, 2))$ 8) $((1, 0), (0, 1), (0, 0), (1, 2))$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (x, 0)$ i $g, h, r, s, p: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$,
 $g(x, y, z) = (x + z, y)$, $h(x, y, z) = (x, x)$, $r(x, y, z) = (z, 0)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 0)$ i $p(x, y, z) = (z, z)$
 su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$$M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_r = \quad M_s = \quad M_p =$$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, S presek dijagonala i P sredina od SC . U zavisnosti od $\vec{a} = \overrightarrow{AS}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ napisati vektore $\overrightarrow{BD} =$ i $\overrightarrow{BP} =$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra a za koje je sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcl} x + ay & = & a \\ x + 2ay & = & 2a \\ 2x + y & = & 2 \end{array}$$
 1) kontradiktoran: _____
 2) određen: _____
 3) 1 puta neodređen: _____
 4) 2 puta neodređen: _____

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži AC i BC . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{AQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BD}$.

$$\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{AQ} =$$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (1, 0, -2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
 $\vec{x} =$

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}, +, \cdot)$, četvorka vektora (a, b, c, d) je:
 1) uvek zavisna 2) nikad baza 3) uvek nezavisna 4) nikad nezavisna 5) nikad generatorna

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, vektor $a \neq 0$ je:
 1) uvek nezavisan 2) uvek generatoran 3) uvek zavisna 4) uvek baza

- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ je _____, a karakteristični koreni su: $\{ \quad, \quad \}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.
 1) $\det(A) = \det(B)$ 2) $\det(A) \neq 0 \Rightarrow \det(B) \neq 0$ 3) $\det(A) = 0 \Rightarrow \det(B) = 0$
 4) $\text{Rang}(A) = \text{Rang}(B)$ 5) $\det A = \alpha \det B$ za neki skalar α 6) $\exists A^{-1} \Leftrightarrow \exists B^{-1}$

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:

$$\begin{array}{lll} 1) (\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x} & 2) (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3 & 3) (\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x} \\ 4) (\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3 & 5) (\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x} & \end{array}$$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada:

$$\begin{array}{ll} 1) \text{ postoje takvi vektori } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ da je trojka } (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ baza} & 2) \text{ trojka } (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ nikada generatorna} \\ 3) \text{ trojka } (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ uvek generatorna} & 4) \text{ postoje takvi vektori } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ da je trojka } (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ zavisna} \end{array}$$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a, b) je: 1) može biti generatoran
 2) uvek nezavisan 3) uvek zavisna 4) nekad nezavisan a nekad zavisna 5) nikada baza

- Izračunati vektore položaja $\vec{r}_P$ i $\vec{r}_Q$ projekcija tačke $T(1, 2, 3)$, redom na pravu $x = y = z$ i ravan $x + y + z = 9$. $\vec{r}_P =$ $\vec{r}_Q =$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:

$$\text{a) } (\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}} \vec{a}) \perp \vec{x} \quad \text{b) } (\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}} \vec{x}) \perp \vec{a} \quad \text{c) } (\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}} \vec{a}) \parallel \vec{x} \quad \text{d) } (\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}} \vec{x}) \parallel \vec{a} \quad \text{e) ništa od prethodnog}$$

- Neka su a, b i c proizvoljni nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b - c, b + c, a + 2b)$ je:
 - a) uvek zavisna
 - b) uvek nezavisna
 - c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(3a + 9c, 7a + 8b, 7a - 4b + 5c)$ je:
 - a) uvek zavisna
 - b) uvek nezavisna
 - c) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Ako su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ **komplanarni** tada:
 - 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
 - 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
 - 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$
 - 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
 - 7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$
 - 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Ako je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ i $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{p} \cdot \vec{x}$ gde je $\vec{p}$ proizvoljan slobodni vektor, tada funkcija f **uvek** jeste:
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam
- Neka je $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1 + x_2 + x_3, x_2 + x_3, x_3)$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica reda 1 čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - 1) $\det : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - 2) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$
 - 3) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$
 - 4) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1}_{na} \mathbb{R}$
 - 5) $\det$ je linearna
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(9, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
 - 1) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$
 - 2) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$
 - 3) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$
 - 4) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \{0, 1, 2\}$
 - 5) $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ nezavisna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ **generatna** za prostor V i $\dim V = 4$. Tada je
 - 1) $m \leq 4 \leq n$
 - 2) $n \leq 4 \leq m$
 - 3) $n \leq m \leq 4$
 - 4) $4 \leq m \leq n$
 - 5) $4 \leq n \leq m$
 - 6) $n \geq 4$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A , $|\vec{AB}| = 1$ i $|\vec{BC}| = 2$. Odrediti $\vec{r}_C$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{i}$ i $\vec{j}$, ako je $\vec{AB} \parallel \vec{i}$, $\vec{BC} \parallel \vec{j}$ i vektori $\vec{AB}$ i $\vec{i}$ su suprotnog smera, a vektori $\vec{BC}$ i $\vec{j}$ istog. $\vec{r}_C =$
- Linearne transformacije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, i $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ su uvek oblika:

f	g	h	F	G
-----	-----	-----	-----	-----
- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, 2x_1 - 4x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, 2x_1 + 3x_2)$.
 - a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
 - b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g :

$$M_f = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}.$$
 - c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
 - d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$
 - e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? **DA** **NE**

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 16

- Za ravan $\alpha : z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate neke njene tri različite nekolinearne tačke $A(\quad , \quad , \quad)$, $B(\quad , \quad , \quad)$, $C(\quad , \quad , \quad)$.

- Ako je $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 2, 0)$, tada je

$$\vec{a}\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \vec{a}(\vec{a}\vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \vec{a} \times \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [1 \quad -1 \quad 0] = \quad [1 \quad -1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \quad \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1} =$$

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su GENERATORNE u vektorskom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((0, 1, 0))$ 2) $((1, 2, 0), (1, 1, 0), (2, -1, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$
4) $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$
7) $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$ 8) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [0 \quad 0 \quad 0]$$

- Matrice i rangovi linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (0, 9x)$ i $g, h, r, s: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x + y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (0, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y)$ i $p(x, y, z) = (z, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$$M_f = \quad M_g = \quad M_h = \quad M_r = \quad M_s = \quad M_p =$$

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_S$, $\vec{r}_E$ i $\vec{r}_A$ napisati vektore položaja tačaka C i D $\vec{r}_C =$ $\vec{r}_D =$

- Napisati vektore položaja $\vec{r}_{P'}$ i $\vec{r}_{P''}$ projekcija tačke P na pravu $p(A, \vec{a})$ i ravni $\alpha(Q, \vec{n}_\alpha)$.

$$\vec{r}_{P'} = \quad , \quad \vec{r}_{P''} =$$

- Broj rešenja homogenog sistema linearnih jednačina nad poljem realnih brojeva može da bude:
a) 0 b) 1 c) 2 d) ∞ .

- Koji od sledeća tri vektora je karakteristični vektor za matricu $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

- Koji od sledeća tri polinoma je karakteristični polinom za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

$$\text{a) } \lambda^2 + \lambda + 6 \quad \text{b) } \lambda^2 + \lambda + 6 \quad \text{c) } -\lambda + 7.$$

- Koji od tvrđenja je tačno za bilo koje matrice A, B, C i svaki skalar λ

$$\text{a) } \det(A + B) = \det(A) + \det(B) \quad \text{b) } \det(\lambda A) = \lambda \det(A) \quad \text{c) } \det(ABC) = \det(A)\det(B)\det(C).$$

- $\begin{vmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix} = \dots$ a) $\cos 2\varphi$ b) 1 c) 0 d) $\sin 2\varphi$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je matrica A' dobijena od matrice A elementarnim transformacijama.

$$\text{a) } \det(A) = 0 \Leftrightarrow \det(A') = 0 \quad \text{b) } \det(A) = \det(A') \quad \text{c) } \det(A) = \lambda \det(A') \text{ za neki skalar } \lambda \neq 0.$$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica.

$$\text{a) } \det(A) = 0 \Rightarrow \text{Rang}(A) = 0 \quad \text{b) } \det(A) = 0 \Leftrightarrow \text{Rang}(A) \leq n - 1 \quad \text{c) } \det(A) = 0 \Rightarrow \text{Rang}(A) = n.$$

- Matrica linearne transformacije $f(x, y) = (3x + y, y)$ je a) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Rang matrice $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ je a) 0 b) 1 c) 2 d) 3.
- Odrediti tačke A_1, A_2, A_3, A_4 simetrične tački $A(1, 2, 3)$ redom u odnosu na ravni xOy, xOz, yOz i koordinatni početak. $A_1(, ,)$ $A_2(, ,)$ $A_3(, ,)$ $A_4(, ,)$.
- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
a) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \perp \vec{x}$ b) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{a}$ c) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \parallel \vec{x}$ d) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{a}$ e) ništa od prethodnog
- Ako je $(d_1, \dots, d_\ell)$ ne zavisna u prostoru V i $\dim V = k$, tada je:
1) $k \leq \ell$ 2) $\ell \leq k$ 3) $k = \ell$ 4) $\ell < k$ 5) $\ell > k$
- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$.
a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g
 $M_f = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$.
c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$
e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE
- Nesvodljiv polinom nad poljem kompleksnih brojeva $\mathbb{C}$ može biti stepena $\in \{ \quad \}$.
- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{cases} x + by = 1 \\ bx - ay = b \end{cases}$ (a) kontradiktoran: _____
(b) određen: _____
(c) 1 puta neodređen: _____
(d) 2 puta neodređen: _____
- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = \vec{ab} - \vec{ba}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: 1) 0 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{3}$ 5) $\frac{\pi}{2}$ 6) π
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(3, 7, -3) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \quad \}$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(2, -6, 4) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \quad \}$
- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna 3) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 4) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 5) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 6) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 7) svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{1n}), \mathbf{a}_2 = (a_{21}, \dots, a_{2n}), \dots, \mathbf{a}_n = (a_{n1}, \dots, a_{nn})$ vektori vrste matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$ i neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{ \alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R} \}$. Tada
1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A < n$ 2) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\det A = 0$ 3) $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \geq 1$
4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ 5) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq n$ 6) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\text{rang } A < n$
- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisan a nekad zavisna, 4) uvek generatoran.
- Ako je uređena trojka vektora (a, b, c) zavisna, tada je uređena trojka vektora $(a + b, a + c, a + 2b - c)$
a) uvek nezavisna b) uvek zavisna c) nekada zavisna, a nekada nezavisna.
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{DT} =$
Ako je $f: V \rightarrow W$ izomorfizam, tada je: 1) postoji f^{-1} 2) V i W su izomorfni 3) $V = W$
4) za svaku nezavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je nezavisna u W
5) za svaku zavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je zavisna u W

- Neka je prava p data presekom ravni $x + y = 0$ i $y - z = 0$. Napisati bar jedan vektor $\vec{p} = (\quad, \quad, \quad)$ paralelan sa pravom p i jedan vektor $\vec{m} = (\quad, \quad, \quad)$ normalan na pravu p .

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina $x + ay = 1 \wedge ax - y = 1$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:

- Za vektore $\vec{a} = (0, -1, 1)$ i $\vec{b} = (0, 1, 0)$ izračunati: 1) $|\vec{a}| =$ 2) $|\vec{b}| =$
3) $3\vec{a} - 2\vec{b} =$ 4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$
5) $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ 6) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) =$

- Koje od sledećih uređenih n -torki su **zavisne** za vektorski prostor $\mathbb{R}^3$: 1) $((0, 0, -1), (0, 4, 0), (9, 0, 0))$
2) $((1, 3, -2), (-2, -6, 4))$ 3) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$ 4) $((1, 0, 1), (1, 1, 0), (2, 1, 1))$

- $\begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$

- Matrice linearnih transformacija $f(x, y) = x + 2y$, $g(x, y, z) = (y, z)$, $h(x, y) = (x, y, y)$ i $s(x, y, z) = (0, 0, x + x)$ su:

$$M_f =$$

$$M_g =$$

$$M_h =$$

$$M_s =$$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$$

- Odrediti sve vrednosti realnog parametara a za koje je sistem linearnih jednačina
 $ax + ay = a$
 $-ax + ay = a$
 1) kontradiktoran: _____
 2) određen: _____
 3) jednostruko neodređen: _____
 4) dvostruko neodređen: _____

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačke P i Q redom sredine duži BC i CD . (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\vec{PQ}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{AB}$ i $\vec{b} = \vec{BC}$.

$$\vec{PQ} =$$

- Napisati $\vec{x} = (0, 0, 1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 1)$:

$$\vec{x} =$$

- Koordinate projekcija A' tačke $A(1, 1, 4)$ na ravan određenu sa $x + y + z = 0$ je: $A'(\quad, \quad, \quad)$

- Vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke prodora prave $p: \vec{r} = \vec{r}_S + t\vec{l}$ kroz ravan $\alpha: \vec{ar} = \vec{ar}_D$ je

$$\vec{r}_T =$$

- Normalna projekcija vektora $\vec{x} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ na ravan $\alpha: 2x - y + z = 0$ je:

$$\text{pr}_\alpha(\vec{x}) =$$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$? a) $\begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ :

- 1) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ 2) $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ 3) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
- 4) $\text{rang}(A + B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$ 5) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ 6) $A(BC) = (AB)C$
- 7) $A(B + C) = AB + AC$ 8) $AB = BA$ 9) $A + B = B + A$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna nenula vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: 1) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a})\vec{x} = 0$ 2) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x})\vec{a} = 0$ 3) $(\vec{a} - \text{pr}_{\vec{x}}\vec{a}) \times \vec{x} \neq 0$ 4) $(\vec{x} - \text{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \times \vec{a} = 0$ 5) ništa od prethodnog
- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, b + c, c)$ je: 1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(3a + 5c, 7a + 9b, 6a - 5b - 8c)$ je: 1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c .
- Nenula vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako je 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni 7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$ 8) $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ 9) $(\forall \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} \neq \lambda \vec{b} \wedge \lambda \vec{a} \neq \vec{b})$ 10) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 0$
- Ako su vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ **komplanarni** tada je: 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha \vec{b} + \beta \vec{c}$ 7) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \neq 0$ 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nezavisna.
- Neka je $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_3, x_2 + x_3, x_1 + x_2 + x_3)$ gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) surjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ generatorna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ nezavisna za prostor V i $\dim V = m$. Tada je 1) $m \leq k \leq n$ 2) $n \leq k \leq m$ 3) $m \leq k$ 4) $k \leq m \leq n$ 5) $k \leq n \leq m$ 6) $n \leq m \leq k$
- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke $A(1, 1, 1)$, $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = 18$. Odrediti $\vec{r}_C$ ako je $\vec{AB} \parallel \vec{a} = (1, 4, 8)$, $\vec{BC} \parallel \vec{b} = (-8, 1, 4)$ i ako su smerovi vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ suprotni smerovima redom vektora $\vec{AB}$ i $\vec{BC}$.
 $\vec{r}_C =$
- Ako je A kvadratna matrica reda 7, tada je: 1) $\det A = 0 \Leftarrow \text{rang } A = 0$ 2) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 6$ 3) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 7$ 4) $\text{rang } A = 7 \Rightarrow \det A \neq 0$ 5) $\text{rang } A = 7 \Leftarrow \det A \neq 0$ 6) $\text{rang } A = 7 \Leftarrow \exists A^{-1}$
- Postoji linearna transformacija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ za koju važi da je: 1) surjektivna 2) injektivna 3) bijektivna 4) izomorfizam 5) ništa od prethodnog
- Napisati bar jednu, ukoliko postoji, linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da: 1) je injektivna $f(x) =$ 2) nije injektivna $f(x) =$ 3) nije surjektivna $f(x) =$
- Napisati bar jednu, ukoliko postoji, linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ za koju važi da: 1) je injektivna $f(x, y) =$ 2) nije injektivna $f(x, y) =$ 3) je surjektivna $f(x, y) =$ 4) nije surjektivna $f(x, y) =$
- Napisati bar jednu, ukoliko postoji, linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da: 1) je injektivna $f(x, y, z) =$ 2) nije injektivna $f(x, y, z) =$ 3) je surjektivna $f(x, y, z) =$ 4) nije surjektivna $f(x, y, z) =$
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(8, 3)$ čiji elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada funkcija rang je: 1) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ 3) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ 4) $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{N} \cup \{0\}$ 5) $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2, 3\}$
- Zaokružiti one skupove $V \subseteq \mathbb{R}^3$ za koje važi $(1, 0, 2) \in V$: 1) $V = \text{Lin}(\{(2, 0, 4)\})$ 2) $V = \text{Lin}(\{(-8, 10, 4), (4, -5, -2)\})$ 3) $V = \text{Lin}(\{(-8, 10, 4), (4, -5, -2), (0, 0, 0)\})$ 4) $V = \text{Lin}(\{(0, -1, 1), (1, 1, 1)\})$ 5) $V = \text{Lin}(\{(0, 0, 0)\})$ 6) $V = \text{Lin}(\{(2, 0, 3), (4, 0, 5)\})$ 7) $V = \text{Lin}(\{(1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\})$

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0\}$, $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot 0 = 0\}$ $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z + 0\}$ $\dim U = \underline{\hspace{2cm}}$
- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni i α, β i γ uglovi koje vektor $\vec{x}$ obrazuje sa redom vektorima $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Tada je:
 - $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$
 - $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$
 - $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
 - $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$
 - $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$
 - $(|\vec{x}| \cos \alpha)\vec{i} + (|\vec{x}| \cos \beta)\vec{j} + (|\vec{x}| \cos \gamma)\vec{k} = \vec{x}$
 - $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 18

- Za pravu $a: x = y = z$ napisati jedan njen vektor $\vec{a} = (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ || a i koordinate jedne njene tačke $A(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem linernih jednačina $x + y = 1 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je:
 - 1) neodređen:
 - 2) određen:
 - 3) kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (2, 1, 2)$ i $\vec{b} = (1, 1, 0)$ izračunati:
 - 1) $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$
 - 2) $|\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$
 - 3) $\vec{a} - 2\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$
 - 4) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$
 - 5) $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$
 - 6) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$
- Koje od sledećih uređenih n -torki su nezavisne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
 - 1) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$
 - 2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$
 - 3) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$
 - 4) $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$
- $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$
- Matrice linearnih transformacija $h(x) = 5x$, $f(x, y) = x$, $g(x, y, z) = y$ i $s(x, y) = (x + y, x + y)$ su:

$$M_h = \underline{\hspace{2cm}} \quad M_f = \underline{\hspace{2cm}} \quad M_g = \underline{\hspace{2cm}} \quad M_s = \underline{\hspace{2cm}}$$
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- Ako je $ABCD$ paralelogram, S presek dijagonala AC i BD , T težište trougla SCD i ako je $\vec{AB} = \vec{a}$ i $\vec{BC} = \vec{b}$, tada je:
 - 1) $\vec{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$
 - 2) $\vec{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$
 - 3) $\vec{BT} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$
 - 4) $\vec{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$
 - 5) $\vec{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$
- Ako je $\vec{x} = (5, 4, 3)$, $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 0)$ i $\vec{x} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$, tada (α, β, γ) je:
 - 1) $(3, 2, 1)$
 - 2) $(2, 3, 1)$
 - 3) $(3, 1, 2)$
 - 4) $(1, 2, 3)$
 - 5) $(1, 3, 2)$
 - 6) $(2, -1, 3)$
 - 7) $(2, 2, 3)$
 - 8) $(2, 1, 3)$
 - 9) $(2, 3, 3)$
 - 10) $(1, 1, 3)$
- Neka je tačka P presek ravni $\alpha: \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a: \vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a} \neq 0$. Tada je:
 - 1) $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$
 - 2) $\vec{r}_P = \vec{r}_Q + \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$
 - 3) $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$
 - 4) $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$
 - 5) $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$
- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, a + c, b + c)$ je:
 - 1) uvek zavisna
 - 2) uvek nezavisna
 - 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c .
- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, a + c, -a + 2b - 2c)$ je:
 - 1) uvek zavisna
 - 2) uvek nezavisna
 - 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c .

- Za prave $m: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{5}$ i $n: \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: a) mimoilazne su ($m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n$)
b) paralelne su i različite ($m \parallel n \wedge m \neq n$) c) poklapaju se ($m = n$) d) seku se ($m \cap n = \{M\}$)
- $\vec{a} \perp \vec{b}$ ako i samo ako: 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 2) $\vec{a}\vec{b} = 0$ 3) $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ 4) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ 5) $\vec{a} = 0$ 6) $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$.
- Broj svih linearnih transformacija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ za koje važi $f(xy) = f(x)f(y)$ je: a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5
- Neka su matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$ i $B = [b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda \in \mathbb{R}$ takav da je:
1) $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow |\det(A)| = \lambda |\det(B)|$ 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow \det(A) = \lambda \det(B)$
3) $|\det(A)| = \lambda |\det(B)| \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$ 4) $\det(A) = \lambda \det(B) \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$
- Par $(\vec{a}, \vec{b})$ je kolinearan ako je on par: 1) nenula vektora 2) različitih vektora 3) neparalelnih vektora
4) vektora istoga pravca 5) za koji je $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 6) za koji je $\vec{a}\vec{b} = 0$ 7) za koji je $\vec{a} = 0$ 8) zavisnih vektora
- Trojka slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je komplanarna ako je ona trojka: (nije ekvivalencija!) 1) nenula vektora 2) različitih vektora 3) paralelnih vektora 4) vektora istoga pravca 5) za koju je $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ 6) za koju je $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 7) zavisnih vektora 8) vektora čiji pravci su paralelni istoj ravni
- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su podprostori i brojeve koji su njihova dimenzija.
1) $U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y\}$ 2) $U_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$
3) $U_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 = 0\}$ 4) $U_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$
5) $U_5 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$
 $\dim U_1$ je: 0 1 2 $\dim U_2$ je: 0 1 2 $\dim U_4$ je: 0 1 2 $\dim U_5$ je: 0 1 2
- Neka je $a = (2, 2, 0)$, $b = (-3, 3, 0)$, $c = (1, -1, 0)$, $d = (-1, 1, 0)$, $e = (0, 0, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 2, 0)$.
Zaokružiti broj koji je dimenzija potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
1) $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3 2) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
3) $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3 4) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
5) $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3 6) $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
7) $V = L(a, g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1, 2, 3
- Ako je A kvadratna matrica reda 3, tada je: 1) $\text{rang } A = 3 \Leftarrow \det A \neq 0$, 2) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 0$
3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq 2$, 4) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang } A = 3$ 5) $\text{rang } A = 3 \Rightarrow \det A \neq 0$, 6) $\text{rang } A = 3 \Leftarrow \exists A^{-1}$
- Koje od tvrdjenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ :
1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $(B + C)A = BA + CA$ 3) $(AB)^2 = A^2B^2$ 4) $A - B = B - A$
5) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ 7) $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$
8) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
- Ako su vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ kolinearni tada je: 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$ 8) $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ 9) $(\forall \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} \neq \lambda \vec{b} \wedge \lambda \vec{a} \neq \vec{b})$ 10) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 0$
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako je:
1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$ 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha \vec{b} + \beta \vec{c}$
7) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \neq 0$ 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nezavisna.
- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$.
a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g

$$M_f = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$, $M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$

d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj. $h(x_1, x_2) =$

e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE

• Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:

1) $\det : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 3) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ 4) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 5) $\det$ je linearna

• Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica formata $(5, 2)$ čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:

1) $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \{0, 1, 2\}$ 2) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 3) $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{N} \cup \{0\}$ 4) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$
5) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$

• Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_m)$ nezavisna u prostoru V , $(c_1, c_2, \dots, c_k)$ generatorna za prostor V i $\dim V = n$. Tada je 1) $m \leq n$ 2) $n \leq k \leq m$ 3) $m \leq k$ 4) $k \leq m \leq n$ 5) $k \leq n \leq m$ 6) $m \leq n \leq k$

• Napisati bar jednu, ukoliko postoji, linearnu transformaciju $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da:

1) je injektivna $f(x, y, z) =$ 2) nije injektivna $f(x, y, z) =$
3) je surjektivna $f(x, y, z) =$ 4) nije surjektivna $f(x, y, z) =$

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 19

• Za ravan $\alpha : z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (, ,)$ i koordinate neke njene tri različite nekolinearne tačke $A(, ,)$, $B(, ,)$, $C(, ,)$.

• Ako je $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 2, 0)$, tada je

$\vec{a}\vec{b} =$ $\angle(\vec{a}, \vec{b}) =$ $\vec{a} \times \vec{b} =$

• Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ sistem jednačina $ax + y = 1 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva je: 1) neodređen: 2) određen: 3) kontradiktoran:

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}^{-1} =$

• Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n -torki koje su GENERATORNE u vektorskom prostoru trojki

$(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$: 1) $((0, 1, 0))$ 2) $((1, 2, 0), (1, 1, 0), (2, -1, 1))$ 3) $((1, 0, 0), (2, 0, 2))$
4) $((1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3))$ 5) $((1, 1, 1), (2, 2, 2))$ 6) $((0, 0, 2), (0, 0, 0), (3, 0, 0))$
7) $((0, 1, 0), (0, 2, 0))$ 8) $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 2, 3))$

• Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

• Matrice i rangovi linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (0, 9x)$ i $g, h, r, s : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$,
 $g(x, y, z) = (x + y, x + z)$, $h(x, y, z) = (x - y, 0)$, $r(x, y, z) = (0, y)$, $s(x, y, z) = (x - y - z, 6y)$ i $p(x, y, z) = (z, 0)$ su: (Rang upisati ispod odgovarajuće matrice)

$M_f =$ $M_g =$ $M_h =$ $M_r =$ $M_s =$ $M_p =$

• Neka je $ABCD$ paralelogram, gde mu je BD dijagonala, a S presek dijagonala. U zavisnosti od $\vec{r}_S$, $\vec{r}_B$ i $\vec{r}_A$ napisati vektore položaja tačaka C i D :

$\vec{r}_C =$ $\vec{r}_D =$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{matrix} x + by = 1 \\ bx - ay = b \end{matrix}$ (a) kontradiktoran: _____ (b) određen: _____ (c) 1 puta neodređen: _____ (d) 2 puta neodređen: _____
- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = \vec{a}\vec{b} - \vec{b}\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: 1) 0 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{3}$ 5) $\frac{\pi}{2}$ 6) π
- Izračunati vektore položaja $\vec{r}_{T'}$ i $\vec{r}_{T''}$ projekcija tačke $T(-1, 1, -1)$ na pravu $a: \vec{r} = (-1, 0, -2) + t(1, -1, 1)$, $t \in \mathbb{R}$ i ravan $\alpha: (1, -1, 0) \cdot \vec{r} = (1, -1, 0) \cdot (1, 0, 0)$.
 $\vec{r}_{T'} =$ $\vec{r}_{T''} =$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(3, 7, -3) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \}$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(2, -6, 4) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \}$
- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna 3) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 4) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 5) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 6) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 7) svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{1n})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{21}, \dots, a_{2n})$, ..., $\mathbf{a}_n = (a_{n1}, \dots, a_{nn})$ vektori vrste matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$ i neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{ \alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R} \}$. Tada
1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A < n$ 2) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\det A = 0$ 3) $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \geq 1$
4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ 5) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq n$ 6) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\text{rang } A < n$
- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisan a nekad zavisna, 4) uvek generatoran.
- Ako je uređena trojka vektora (a, b, c) zavisna, tada je uređena trojka vektora $(a + b, a + c, a + 2b - c)$
a) uvek nezavisna b) uvek zavisna c) nekada zavisna, a nekada nezavisna.
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
 $\overrightarrow{DT} =$
- Neka je u sedmodimenzionalnom vektorskom prostoru V , k -torka vektora $(a_1, \dots, a_k)$ generatorna. Tada je uvek: 1) $k < 7$ 2) $k \leq 7$ 3) $k = 7$ 4) $k > 7$ 5) $k \geq 7$ 6) ništa od prethodnog
- Ako je $f: V \rightarrow W$ izomorfizam, tada je: 1) postoji f^{-1} 2) V i W su izomorfni 3) $V = W$
4) za svaku nezavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je nezavisna u W
5) za svaku zavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je zavisna u W
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^n = \{x = (x_1, \dots, x_n) | x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$ je podprostor:
1) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1 = x_2 = \dots = x_n\}$ 2) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1 = x_2 = \dots = x_n = n\}$
3) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1\}$ 4) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1 = 0\}$
5) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1 = 2x_2 = 3x_3 = \dots = nx_n\}$ 6) $U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 0\}$
(gde je $x = (x_1, \dots, x_n)$)
- Potreban i dovoljan uslov da ravan α bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je:
_____ i tada je α potprostor dimenzije: _____
- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $AB = BA$ 3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ 4) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
5) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ 6) $(AB)^2 = A^2B^2$ 7) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$

- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$.
 - a) Po definiciji kompozicije $\circ$ odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
 - b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g
 $M_f = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}.$
 - c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
 - d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj.
 $h(x_1, x_2) =$
 - e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE
- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ je: _____
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B reda 3 i svaki skalar λ
 - a) $\det(A - B) = \det(A) - \det(B)$
 - b) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
 - c) $\det(A^n) = (\det(A))^n$.

KOLOKVIJUM 2, PRIMER 20

- Sistem linearnih jednačina $\begin{matrix} x + y + z = 1 \\ y + z = 1 \end{matrix}$ je
 - 1) kontradiktoran,
 - 2) određen,
 - 3) 1 puta neodređen,
 - 4) 2 puta neodređen.
- Neka je p prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p :
 $\vec{p} = (\quad, \quad, \quad)$, i koordinate jedne tačke pravce p : $(\quad, \quad, \quad)$.
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $x + ay = 0 \wedge x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva:
 - 1) neodređen:
 - 2) određen:
 - 3) kontradiktoran:
- Za vektore $\vec{a} = (-2, 1, 1)$ i $\vec{b} = (4, -2, -2)$ izračunati:
 - 1) $2\vec{a} + \vec{b} =$ _____
 - 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____
 - 3) $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____
 - 4) $|\vec{a}| =$ _____
- Koje su od sledećih uređenih n -torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
 - 1) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$
 - 2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$
 - 3) $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$
 - 4) $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$
- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Napisati u obliku $Ax + By + Cz + D = 0$ jednačinu ravni koja sadrži tačku $(1, 2, 3)$ i paralelna je sa osama x i z , gde su A, B, C, D realni brojevi:
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
- Matrice linearnih transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x + 2y, x - 3y)$ i $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, g(x, y, z) = (x, z)$ su

- Napisati $\vec{r}_p$ vektor položaja projekcije tačke $A(0, 0, 0)$ na pravu $p: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. $\vec{r}_p =$
- Za prave $m: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n: \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-1}$ važi:
 - a) mimoilazne su ($m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n$)
 - b) paralelne su i različite ($m \parallel n \wedge m \neq n$)
 - c) poklapaju se ($m = n$)
 - d) seku se ($m \cap n = \{M\}$)

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{cases} x + by = 1 \\ bx - ay = b \end{cases}$ (a) kontradiktoran: _____ (b) određen: _____ (c) 1 puta neodređen: _____ (d) 2 puta neodređen: _____
- Za koje $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{a} = (1, 2, 3)$ i $\vec{b} = (1, \alpha, \beta)$: 1) nekolinearni _____ 2) ortogonalni _____
- Neka je $a = (0, 0, 0)$, $b = (1, 0, 1)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (1, 1, 1)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (2, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
 - 1) $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) = \underline{\hspace{2cm}}$ 2) $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - 3) $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V) = \underline{\hspace{2cm}}$ 4) $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - 5) $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V) = \underline{\hspace{2cm}}$ 6) $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V) = \underline{\hspace{2cm}}$
- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada su vektori $\vec{m} = |\vec{a}|\vec{b} - |\vec{b}|\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$
 - 1) kolinearni 2) ortogonalni 3) ni kolinearni ni ortogonalni.
- Potreban i dovoljan uslov da prava p bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je: _____ i tada je p potprostor dimenzije: _____
- Koje od tvrdjenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda $n > 1$: 1) $\text{Rang}(A) = 0 \Leftrightarrow \det(A) = 0$ 2) $\det(A) = 0 \Leftrightarrow \text{Rang}(A) \leq n$ 3) $\text{Rang}(A) = n \Rightarrow \det(A) > 0$, 4) $\text{Rang}(A) = n \Rightarrow \det(A) \neq 0$.
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(3, 7, -3) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \hspace{2cm} \}$
- Izračunati α i β ako je $\alpha(1, -3, 2) + \beta(2, -6, 4) = (0, 0, 0)$: $(\alpha, \beta) \in \{ \hspace{2cm} \}$
- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekoplanarnih slobodnih vektora. Tada: 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna 3) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 4) postoji takav vektor $\vec{d}$ da je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 5) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ nezavisna 6) za svaki vektor $\vec{d}$ je četvorka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ zavisna 7) svaki vektor $\vec{d}$ je linearna kombinacija uređene trojke vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{1n})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{21}, \dots, a_{2n})$, ..., $\mathbf{a}_n = (a_{n1}, \dots, a_{nn})$ vektori vrste matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$ i neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{ \alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R} \}$. Tada
 - 1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A < n$ 2) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\det A = 0$ 3) $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \geq 1$
 - 4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ 5) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang } A \leq n$ 6) $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$ je zavisna akko $\text{rang } A < n$
- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, uređen par vektora (a, b) je:
 - 1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisan a nekad zavisna, 4) uvek generatoran.
- Ako je uređena trojka vektora (a, b, c) zavisna, tada je uređena trojka vektora $(a + b, a + c, a + 2b - c)$
 - a) uvek nezavisna b) uvek zavisna c) nekada zavisna, a nekada nezavisna.
- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla BCD (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{DT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.
 $\overrightarrow{DT} = \underline{\hspace{2cm}}$
- Neka je u sedmodimenzijskom vektorskom prostoru V , k -torka vektora $(a_1, \dots, a_k)$ generatorna. Tada je uvek: 1) $k < 7$ 2) $k \leq 7$ 3) $k = 7$ 4) $k > 7$ 5) $k \geq 7$ 6) ništa od prethodnog
- Ako je $f: V \rightarrow W$ izomorfizam, tada je: 1) postoji f^{-1} 2) V i W su izomorfni 3) $V = W$
 - 4) za svaku nezavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je nezavisna u W
 - 5) za svaku zavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je zavisna u W
- Potreban i dovoljan uslov da ravan α bude potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ je: _____ i tada je α potprostor dimenzije: _____

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
 - 1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $AB = BA$ 3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ 4) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
 - 5) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ 6) $(AB)^2 = A^2B^2$ 7) $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$
- Linearne transformacije f i g definisane su sa $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2)$ i $g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$.
 - a) Po definiciji kompozicije o odrediti $(f \circ g)(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2)) =$
 - b) Napisati matrice M_f i M_g koje odgovaraju linearnim transformacijama f i g
 $M_f = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}.$
 - c) Izračunati proizvod matrica $M_f \cdot M_g = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, M_g^{-1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$ i $g^{-1}(x_1, x_2) =$
 - d) Napisati linearnu transformaciju $h(x_1, x_2)$ kojoj odgovara matrica $M_f \cdot M_g$ tj.
 $h(x_1, x_2) =$
 - e) Da li je $h = f \circ g$ tj. da li je $(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}) h(x_1, x_2) = (f \circ g)(x_1, x_2)$? DA NE
- Karakteristični polinom matrice $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ je: _____
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B reda 3 i svaki skalar λ
 - a) $\det(A - B) = \det(A) - \det(B)$
 - b) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
 - c) $\det(A^n) = (\det(A))^n$.